Corrigé de la série 01 :

Exo01

Caractère qualitatif	Caractère quantitatif
Sexe	Nombre de frères et sœurs
Couleur des yeux	Nombre de cigarettes/jour
Niveau d'instruction	Superficie d'un jardin
Type de logement	Taux de cholestérol
Situation familiale	Taux de glycémie
Groupe sanguin	Poids
Lieu de naissance	Taille
Nature du bac	Âge
Passe-temps favori	

Corrigé exercice 02 :

a) Faux 5 quantitatif
b) Faux 7 quantitatif
c) Faux 3 qualitatif
d) Faux 5 continue
e) Faux 8 qualitatif

Corrigé exercice 03 :

1. Le caractère étudié : le groupe sanguin

- La nature : qualitatif nominal

2. Les modalités : O, A, B, AB
3.

x_i	n_i	f_i	%
O	17	0.34	34%
A	18	0.36	36%
B	10	0.2	20%
AB	5	0.1	10%
$\sum$	50	1	100%

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

4. Le pourcentage du groupe O = 34%

   Le pourcentage du groupe AB = 10%

Corrigé exercice 04 :

1. Faux $\rightarrow n = \frac{n_i}{f_i} = \frac{1}{0.1} = 10$
2. Faux n =10
3. Vrai Le centre de la classe [130, 150[est 140
4. Faux

Corrigé exercice 05 :

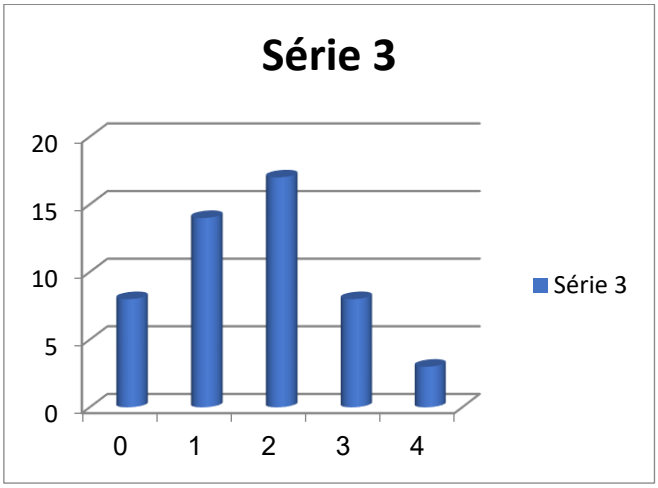
1. Le caractère étudier : le nombre d'enfants nés vivants
   La nature : quantitatif discret

2.

x_i	n_i	f_i	f_{ic}

0	8	0.16	0.16
1	14	0.28	0.44
2	17	0.34	0.78
3	8	0.16	0.94
4	3	0.06	1
sommes	50	1	

3. Le diagramme en bâtons



Corrigé exercice 06 :

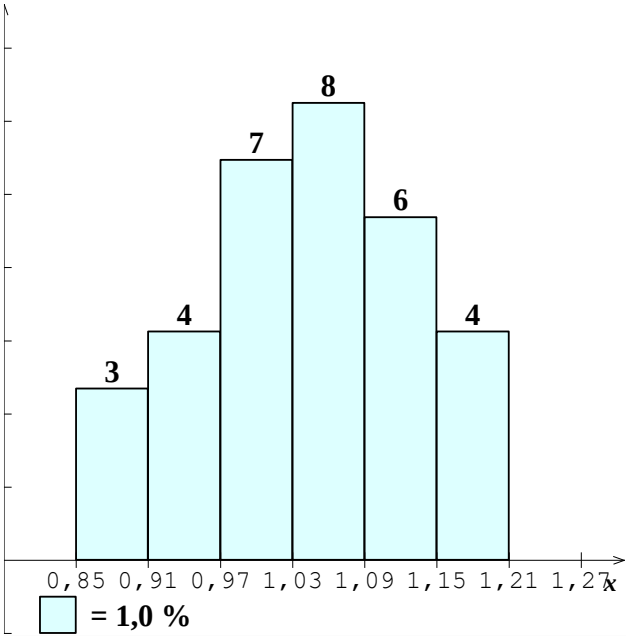
1. Le caractère étudié : le taux de glycémie
2. La nature : quantitatif continu
3. Répartition de la série en classes

Soit k le nombre de classe d'après la règle de Sturge k=1+3.3log32=6

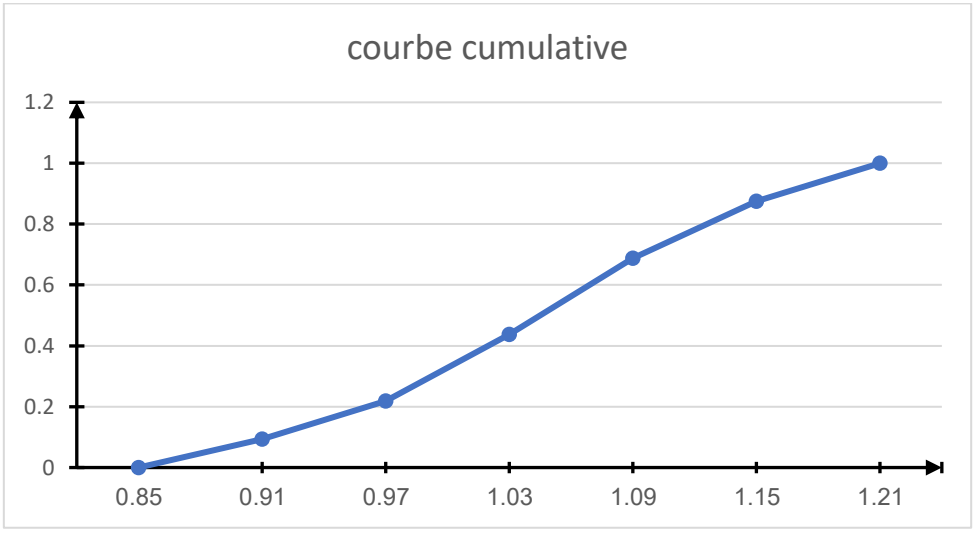
Intervalle de classe IC=$\frac{X_{max}-X_{min}}{k} = \frac{1.2-0.85}{6} = 0.06$

x_i	n_i	f_i	f_{ic}
[0.85, 0.91[	3	0.093	0.093
[0.91, 0.97[	4	0.125	0.218
[0.97, 1.03[	7	0.218	0.436
[1.03, 1.09[	8	0.25	0.686
[1.09, 1.15[	6	0.1875	0.8735
[1.15, 1.21[	4	0.125	1
Sommes	32	1	

4. L'histogramme



La courbe cumulative



Corrigé exercice 07 :

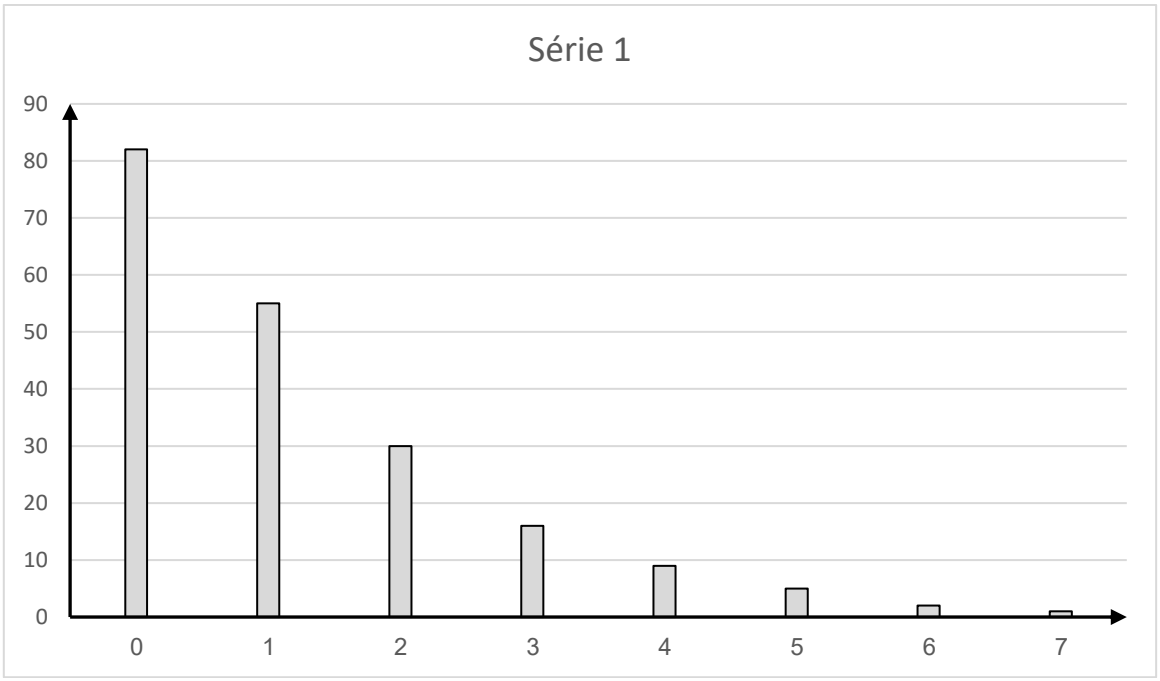
Le caractère étudié : le nombre le nombre de parasites par fruit (la châtaigne)
Sa nature : quantitatif discret

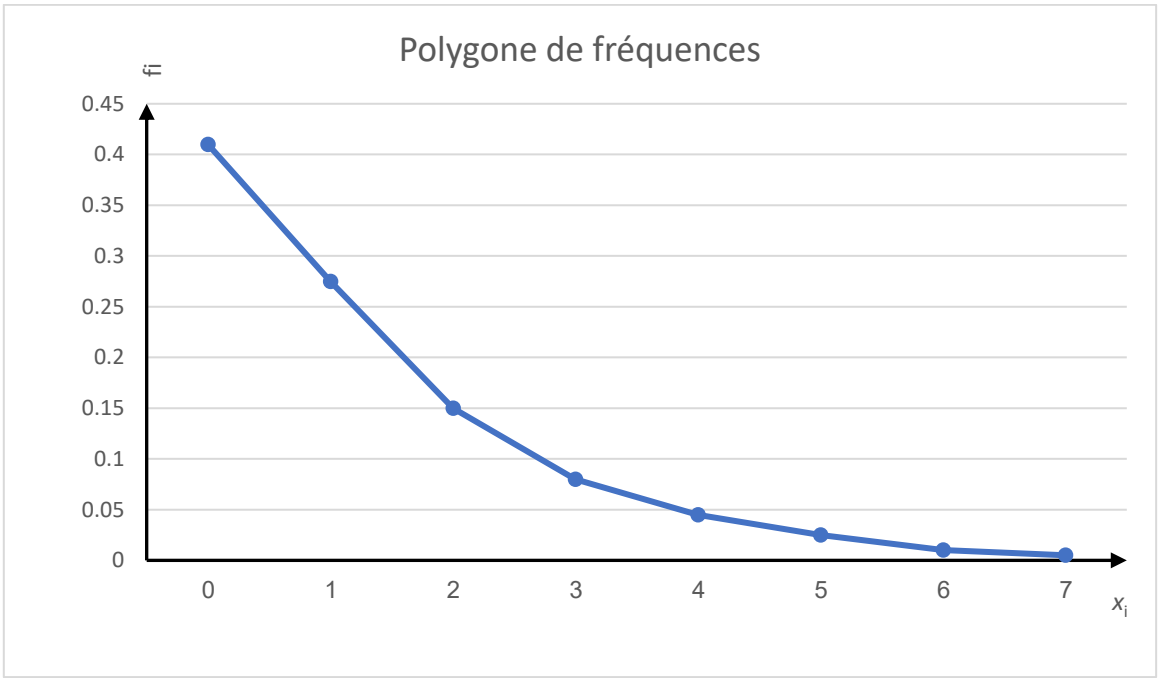
x_i	n_i	f_i	n_{ic}	f_{ic}
0	82	0.41	82	0.41
1	55	0.275	137	0.685
2	30	0.15	167	0.835
3	16	0.08	183	0.915
4	9	0.045	192	0.96
5	5	0.025	197	0.985
6	2	0.01	199	0.995

7	1	0.005	200	1
$\sum$	200	1		

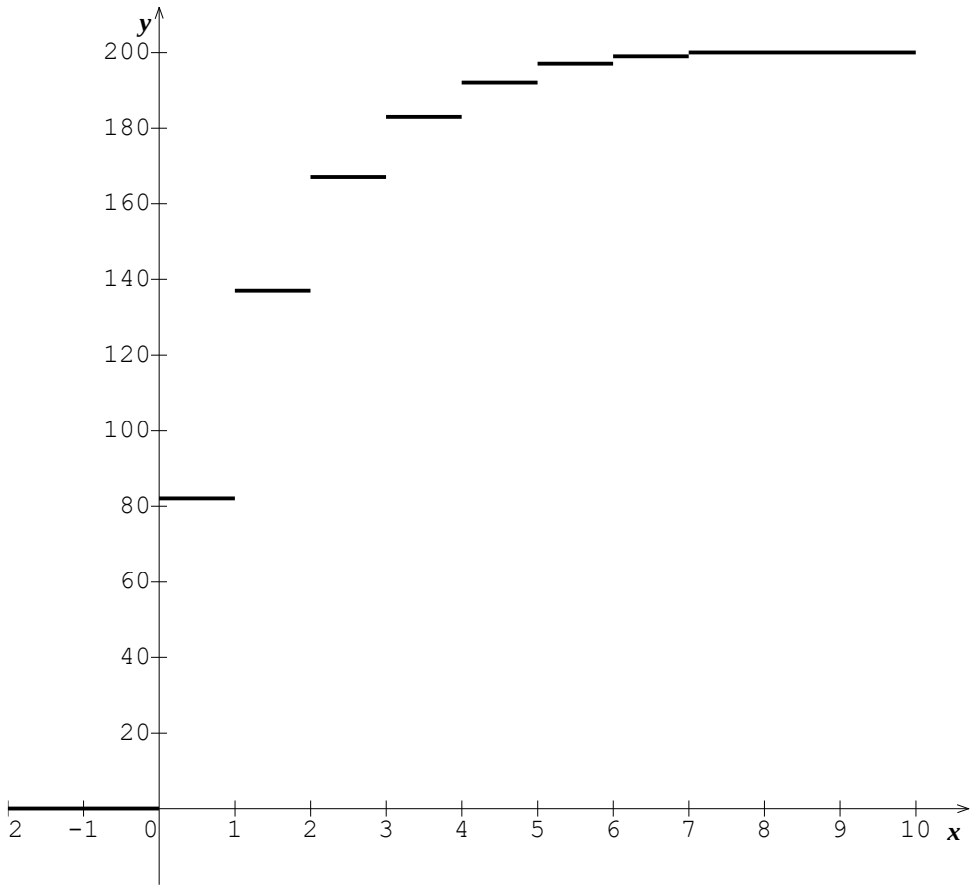
Le pourcentage de fruits ayant plus d'un parasite :(30+16+9+5+2+1= 63, 63*100/200=31.5%) ou (1-0.685) = 0.315

Le diagramme en bâtons :





Courbe cumulatif :



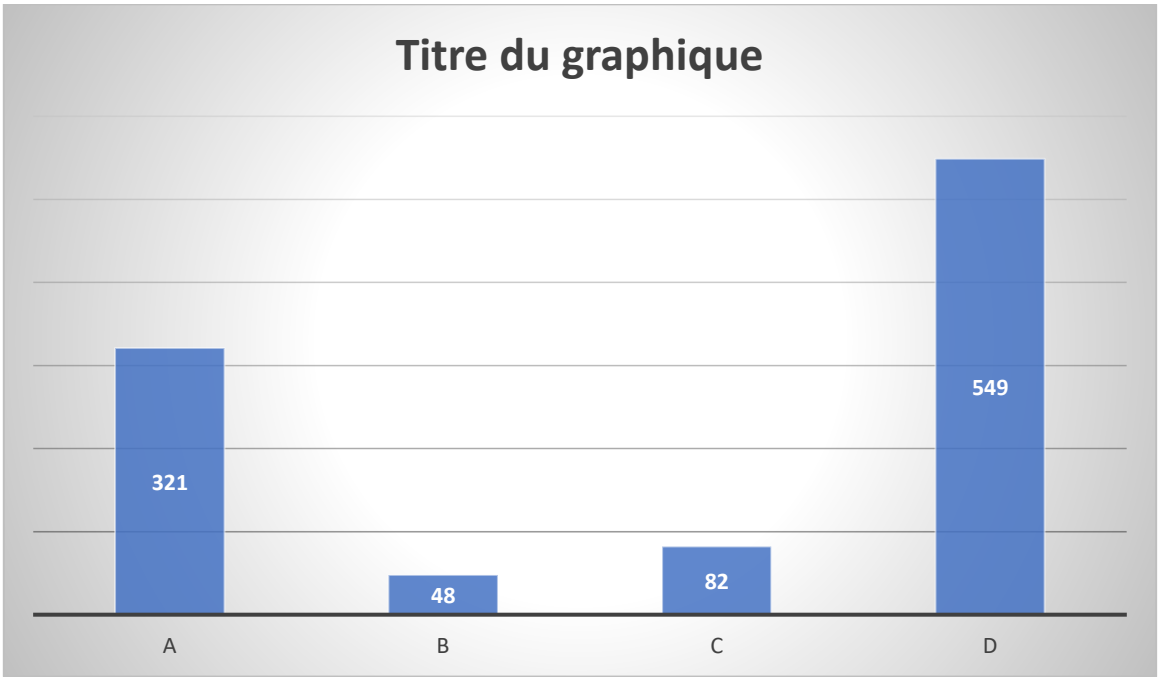
Corrigé exercice 08 :

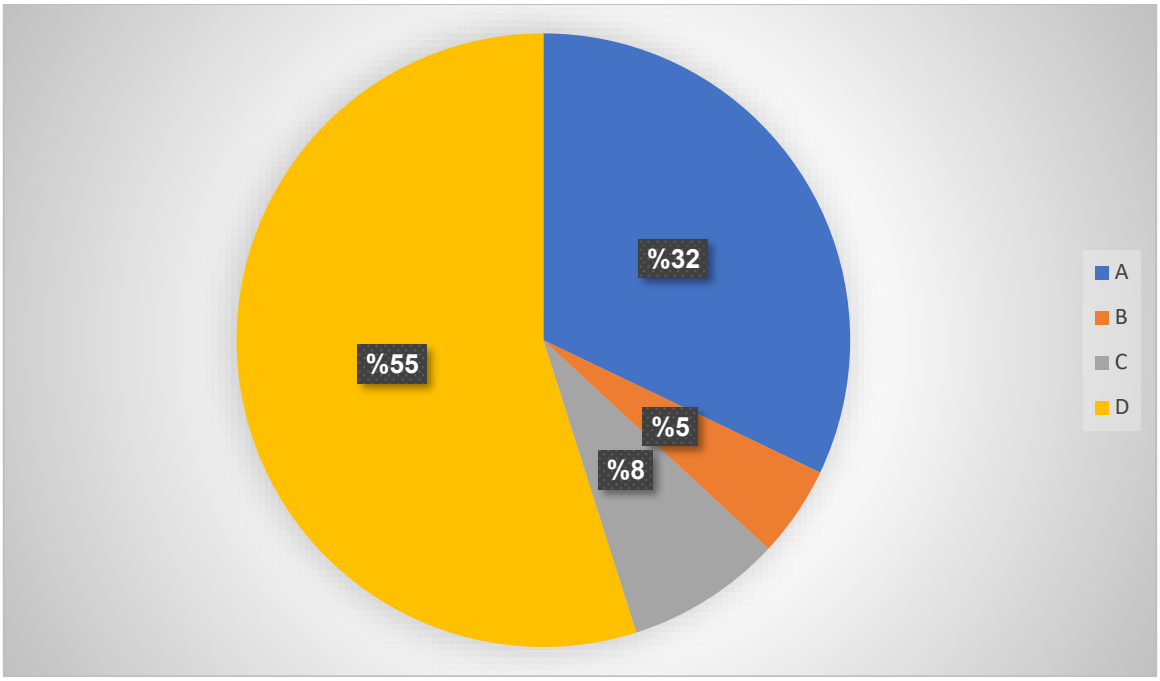
1. Le caractère étudié : le candidat choisi

Sa nature : qualitatif

2. Représentation graphique (soit diagramme en secteurs « en camembert », soit en tuyaux d'orgue).

Modalités	A	B	C	D
Effectifs	321	48	82	549





Corrigé exercice 09 :

1. Calcul de l'âge médian :

Age	[20, 30[	[30, 40[	[40, 50[	[50, 60[	[60, 70[	$\sum$
n_i	5	10	30	75	180	300
n_{ic}	5	15	45	120	300	
Centre de classe c_i	25	35	45	55	65	
$n_i c_i$	125	350	1350	4125	11700	1063500
$n_i c_i^2$	3125	12250	60750	226875	760500	1063500

$$Me = x_m + (x_{m+1} - x_m)\left(\frac{\frac{n}{2} - N_i}{n_i}\right)$$

$$\frac{n}{2} = \frac{300}{2} = 150 \in [60, 70[$$

$$Me = 60 + 10.\frac{150-120}{180} = 61.66$$

2. Calcul de la variance :

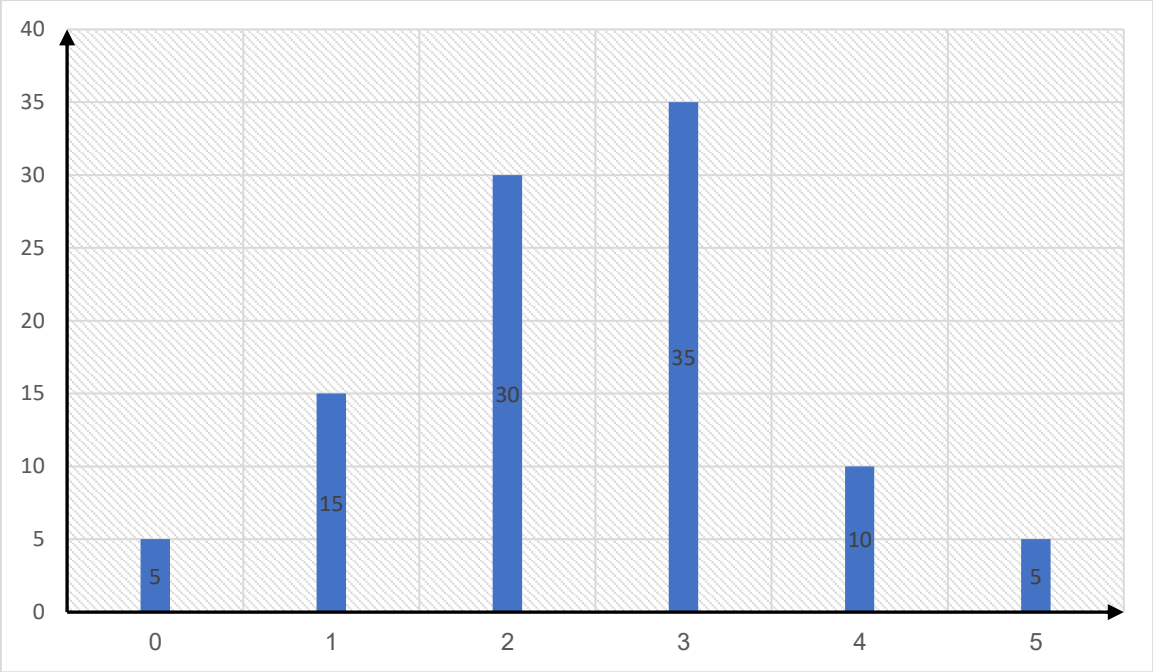
$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_i n_i c_i = 58.83$$

$$Var(X) = \frac{1}{n}\sum_i n_i {c_i}^2 - (\bar{x})^2 = 84.03$$

Corrigé exercice 10 :

Le caractère étudié : les notes de l'interrogation
Sa nature : quantitatif discret

Notes : xi	0	1	2	3	4	5	$\sum$
Effectifs cumulés	5	20	50	85	95	100	
Effectifs : ni	5	15	30	35	10	5	100
$n_i x_i$	0	15	60	105	40	25	245
$n_i x_i^2$	0	15	120	315	160	125	735



- Le mode : Mo = 3
- Les quartiles : الربعيات

Q_1 =? $\quad \alpha = \frac{1}{4} \quad n\alpha = \frac{1}{4}.100 = 25$

$Q_1 = \frac{x_{n\alpha}+x_{n\alpha+1}}{2} = \frac{2+2}{2} = 1$

Q_2 =? $\quad \alpha = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \quad n\alpha = \frac{1}{2}.100 = 50$

$Q_2 = \frac{x_{n\alpha}+x_{n\alpha+1}}{2} = \frac{2+3}{2} = 2.5$

Q_3 =? $\quad \alpha = 3 \times \frac{1}{4} \quad n\alpha = \frac{3}{4}.100 = 75$

$Q_3 = \frac{x_{n\alpha}+x_{n\alpha+1}}{2} = \frac{3+3}{2} = 3$

- La moyenne :

$\bar{x} = \frac{245}{100}$

- La variance :

$Var(X) = \frac{735}{100} - (2.45)^2 = 1.3475$

- L'écart-type :

$\sigma_X = \sqrt{var(X)} = 1.161$

Corrigé exercice 11 :

x_i	n_i	nixi	nixi2
0,85	1	0,85	0,7225
0.87	1	0,87	0,7569
0.9	1	0,9	0,81
0.93	1	0,93	0,8649
0.94	2	1,88	1,7672
0.95	1	0,95	0,9025
0.97	2	1,94	1,8818
0.98	2	1,96	1,9208
0.99	1	0,99	0,9801
1	1	1	1
1.01	1	1,01	1,0201

1.03	3	3,09	3,1827
1.04	1	1,04	1,0816
1.06	1	1,06	1,1236
1.07	1	1,07	1,1449
1.08	2	2,16	2,3328
1.1	2	2,2	2,42
1.11	1	1,11	1,2321
1.13	1	1,13	1,2769
1.14	2	2,28	2,5992
1.15	1	1,15	1,3225
1.17	1	1,17	1,3689
1.19	1	1,19	1,4161
1.20	1	1,2	1,44
Sommes	32	33,13	34,5681

- Calculer de la moyenne :

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum n_i x_i = \frac{1}{32}33.13 = 1.035$

- La variance :

$V(X) = 0.0091$

- Les quartiles :

$Q_1 = ?$ $\alpha = \frac{1}{4}$ $n\alpha = \frac{1}{4}.32 = 8$

$Q_1 = \frac{x_{n\alpha}+x_{n\alpha+1}}{2} = \frac{0.97+0.97}{2} = 0.97$

$Q_2 = ?$ $\alpha = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ $n\alpha = \frac{1}{2}.32 = 16$

$Q_2 = \frac{x_{n\alpha}+x_{n\alpha+1}}{2} = \frac{1.03+1.03}{2} = 1.03$

$Q_3 = ?$ $\alpha = 3 \times \frac{1}{4}$ $n\alpha = \frac{3}{4}.32 = 24$

$Q_3 = \frac{x_{n\alpha}+x_{n\alpha+1}}{2} = \frac{1.1+1.11}{2} = 1.105$

- Série regroupée :

classes	ni	ci	fi	nicum	nici	nici^2
[0,85,0,91[	3	0,88	0,09375	3	2,64	2,3232
[0,91,0,97[	4	0,94	0,125	7	3,76	3,5344
[0,97,1,03[	7	1	0,21875	14	7	7
[1,03,1,09[	8	1,06	0,25	22	8,48	8,9888
[1,09,1,15[	6	1,12	0,1875	28	6,72	7,5264
[1,15,1,21[	4	1,18	0,125	32	4,72	5,5696
	32		1		33,32	34,9424

$\bar{x} = 1.04$

$V(X) = 0.1035$

Q_1: $\alpha = \frac{1}{4}$ $n\alpha = \frac{32}{4} = 8$ $x_{n\alpha} \in [0.97,1.03[$ $Q_1 = 0.97 + 0.06\frac{8-7}{7} = 0.979$

Q_2: $\alpha = \frac{1}{2}$ $n\alpha = \frac{32}{2} = 16$ $x_{n\alpha} \in [1{,}03, 1.09[$ $Q_1 = 1{,}03 + 0.06\left(\frac{16-14}{8}\right) = 1.0450.979$

Q_3: $\alpha = \frac{3}{4}$ $n\alpha = 3\frac{32}{4} = 24$ $x_{n\alpha} \in [1{,}09, 1.15[$ $Q_1 = 1{,}09 + 0.06\left(\frac{24-22}{6}\right) = 1{,}11$

Corrigé exercice 12 :

- Ordonner la série par valeurs croissantes

1,18	1,25	125	1,28	1,28	1,32	1,35	1,36	1,37
1,38	1,40	1,41	1,42	1,42	1,42	1,44	1,44	1,47
1,48	1,49	1,50	1,50	1,52	1,52	1,53	1,54	1,57
1,58	1,59	1,61	1,61	1,63	1.63	1,64	1,65	1,71

$IC = \frac{1.71-1.18}{0{,}08} = 6{,}625 \approx 7$

classes	ni	fi	ci	nic
[1,18 1,26[	3	3/36	1,22	3
[1,26 1.34[	3	3/36	1,3	6
[1,34 1,42[	6	6/36	1,38	12
[1,42 1,50[	8	8/36	1,46	20
[1,50 1,58[	7	7/36	1,54	27
[1,58 1,66[	8	8/36	1,62	35
[1,66 1,74[	1	1/36	1,7	36
$\sum$	36	1		

- Calcul du premier décile :

D_1: $\alpha = \frac{1}{10}$ $n\alpha = \frac{36}{10} = 3.6$ $x_{n\alpha} \in [1.26, 1.34[$ $D_1 = 1.26 + 0.08\left(\frac{3.6-3}{3}\right) = 1.276$

- Intervalle interquartile :

Q_1: $\alpha = \frac{1}{4}$ $n\alpha = \frac{36}{4} = 9$ $x_{n\alpha} \in [1.34, 1.42[$ $Q_1 = 1.34 + 0.08\left(\frac{9-6}{6}\right) = 1.38$

Q_3: $\alpha = \frac{3}{4}$ $n\alpha = 3\frac{36}{4} = 27$ $x_{n\alpha} \in [1{,}50, 1.58[$ $Q_1 = 1{,}50 + 0.08\left(\frac{27-20}{7}\right) = 1{,}58$

$I = Q_3 - Q_1 = 0.2$

Calcule de la moyenne :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} x_i f_i = 1.417$$

Calcule de la variance :

On pose : $X = aY + b$ $a = 0.08\ (amplitude)$ $b = 1.46\ (centre\ de\ la\ classe\ modale)$

$X = 0.08Y + 1.46 \Longrightarrow Y = \frac{X-1.46}{0.08}$

y_i	$y_i n_i$	$n_i {y_i}^2$
$\frac{1.22-1.46}{0.08} = -3$	-9	27
$\frac{1.3-1.46}{0.08} = -2$		12
$\frac{1.38-1.46}{0.08} = -1$	-6	6

$\frac{1.46-1.46}{0.08}=0$	-6	0
$\frac{1.54-1.46}{0.08}=1$	0	7
$\frac{1.62-1.46}{0.08}=2$	7	32
$\frac{1.7-1.46}{0.08}=3$	16	9
$\sum$	5	93

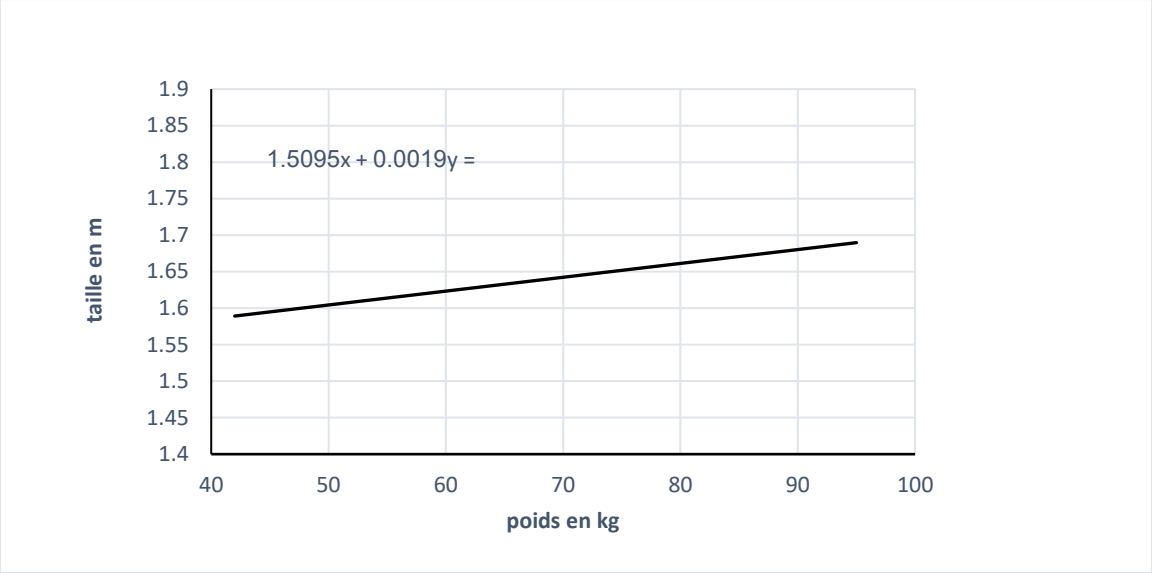
$\bar{x}=0.08\bar{y}+1.46=0.08\left(\frac{5}{36}\right)+1.46=1.471$

$Var(X)=a^2Var(Y)=(0.08)^2\left[\frac{93}{36}-\left(\frac{5}{36}\right)^2\right]=0.016$

L'écart-type :

$\sigma_X=\sqrt{Var(X)}=0.126$

Corrigé exercice 01



			70	1,68	3,23076923	0,04384615	117,6	10,4378698
			65	1,85	-1,76923077	0,21384615	120,25	3,13017751
			95	1,56	28,2307692	-0,07615385	148,2	796,976331
			58	1,61	-8,76923077	-0,02615385	93,38	76,8994083
			42	1,5	-24,7692308	-0,13615385	63	613,514793
			75	1,68	8,23076923	0,04384615	126	67,7455621
			45	1,65	-21,7692308	0,01384615	74,25	473,899408
			89	1,65	22,2307692	0,01384615	146,85	494,207101
			77	1,64	10,2307692	0,00384615	126,28	104,668639
			83	1,75	16,2307692	0,11384615	145,25	263,43787
			62	1,48	-4,76923077	-0,15615385	91,76	22,7455621
			48	1,48	-18,7692308	-0,15615385	71,04	352,284024
			59	1,74	-7,76923077	0,10384615	102,66	60,3609467
		somme	**868**	**21,27**			**1426,52**	3340,30769
		moyenne	**66,769231**	**1,6361538**				
						a	**0,0017516**	
		variance	**278,358974**	**0,01229231**		**b**	**1,51920077**	
		ecart type	**16,6840935**	**0,11087068**				
		cov(X,y)	**0,48757396**					
		rXY	**0,28555074**					

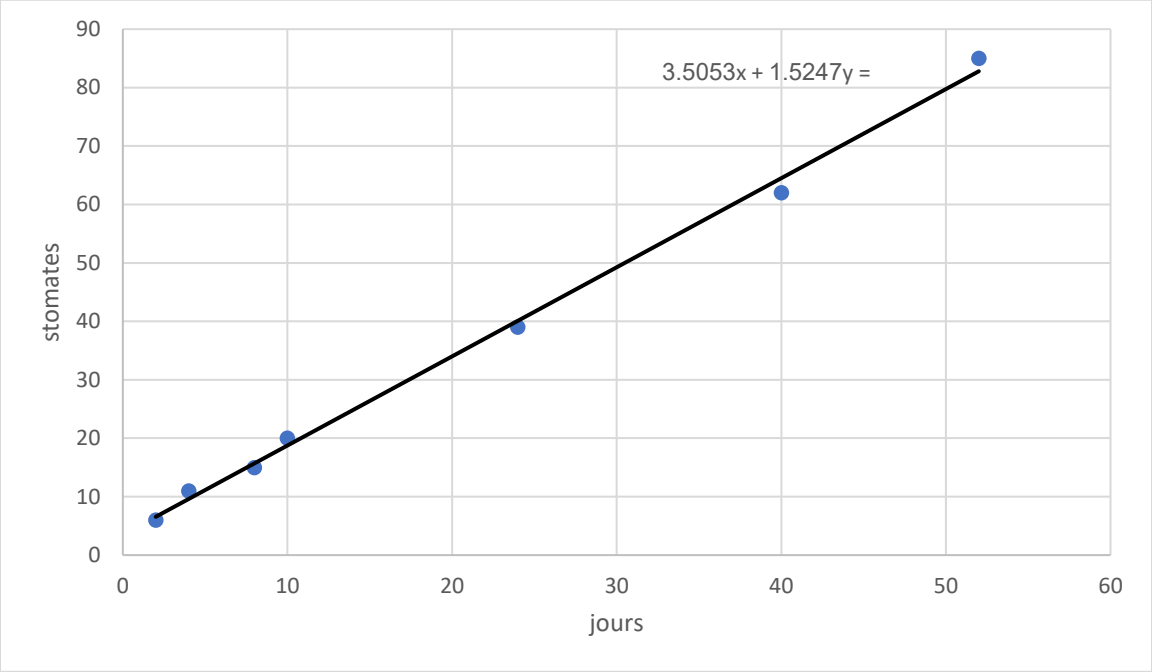
$$\hat{a} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X^2} = \frac{0.48757396}{278.358974} = 0.0017516$$

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a}\bar{x} = 1.6361538 - 0.0017516 * 66.769231 = 1.51920077$$

$\hat{y} = 0.00175x + 1.5192$

La corrélation linéaire est faible, le nuage de point est très dispersé autour de la droite de régression. Il n'est pas raisonnable de faire des estimations de taille en fonction du poids en utilisant cette droite.

Corrigé de l'exercice 02

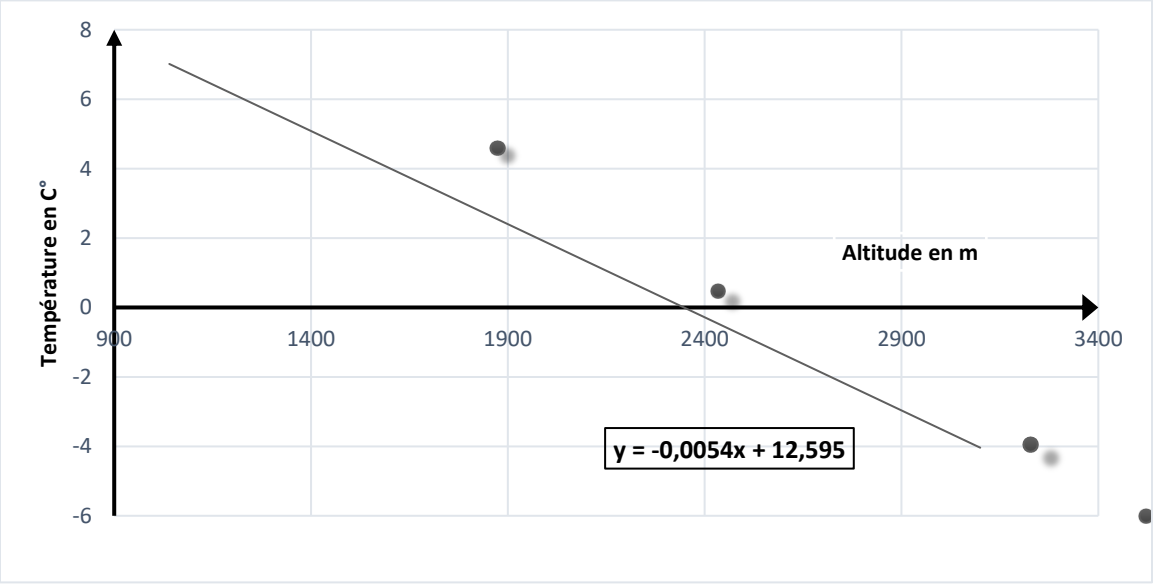


	Valeurs des X	Valeur des Y				
	2	6				
	4	11				
	8	15				
	10	20				
	24	39				
	40	62				
	52	85				
moyennes	20	34				
variance	377,333333	880				
ecart type	19,4250697	29,6647939				
covariance	493,142857					
coefficient	0,99842539					

- La corrélation linéaire est forte : le nuage de point est concentré le long de la droite de régression. Il est raisonnable de faire des estimations de nombre de stomates en fonction du nombre de jours en utilisant cette droite
- Pour 30 jours, on prévoit aux alentours de 49 stomates (y = 1.525*30+3.505)

Corrigé exercice 03

	Valeurs des X	Valeur des Y				
	1040	7,4				
	1230	6				
	1500	4,5				
	1600	3,8				
	1740	2,9				
	1950	1,9				
	2200	1				
	2530	-1,2				
	2800	-1,5				
	3100	-4,5				
moyennes	1969	2,75555556				
variance	160347,619	5,07238095				
ecart type	400,434288	2,2521947				
covariance	-768,387755					
coefficient	-0,99400836					



Forte corrélation de pente negative

Pour $x = 1300,\ y \cong 5.62$ $et\ pour\ x = 3000$ $y \cong -3.5$

RAPPEL : Les formules :		
Moyenne	⇨ $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_{i\bullet}\ \mathrm{x}\ x_i$ ⇨ $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{p} n_{\bullet j}\ \mathrm{x}\ y_j$	• *Si variable continue :* $x_i \rightarrow c_i$ $y_j \rightarrow c'_j$ • *Si variable discrète :* $x_i \rightarrow m_i$ $y_j \rightarrow m'_j$
Variance	⇨ $\sigma_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_{i\bullet}\mathrm{x}\ x_i^2 - \bar{x}^2$ ⇨ $\sigma_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_{\bullet j}\mathrm{x}\ y_j^2 - \bar{y}^2$	
Covariance	$cov\,(x;y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{p} n_{ij}\ \mathrm{x}\ x_i\,\mathrm{x}\,y_j - \bar{x}\,x\,\bar{y}$	
Coefficient de corrélation linéaire	$r = \frac{cov\,(x;y)}{\sigma_{(x)}x\,\sigma_{(y)}}$	

Corrigé exercice 04

x / y	**30 = x_1**	**50 = x_2**	**70 = x_3**	**90 = x_4**	$n_{\blacksquare i}$	$n_{i\blacksquare}y_i$
7.25 = y_1	**8 = n_{11}**	**2 = n_{12}**	**0 = n_{13}**	**0 = n_{14}**	**10** $= \sum_{i=1}^{4} n_{1i}$	$\sum_{i=1}^{4} n_{1i} \times y_1 = 72.5$
7.75 = y_2	**11= n_{21}**	**15 = n_{22}**	**1 = n_{23}**	**1=n_{24}**	**28** $= \sum_{i=1}^{4} n_{2i}$	$\sum_{i=1}^{4} n_{2i} \times y_2 = 217$
8.25 = y_3	**0 = n_{31}**	**22 = n_{32}**	**8 = n_{33}**	**0 = n_{34}**	**30** $= \sum_{i=1}^{4} n_{2i}$	$\sum_{i=1}^{4} n_{3i} \times y_3 = 247.5$
8.75 = y_4	**1 = n_{41}**	**9 = n_{42}**	**10=n_{43}**	**0=n_{44}**	**20** $= \sum_{i=1}^{4} n_{2i}$	$\sum_{i=1}^{4} n_{4i} \times y_4 = 175$

9.25 = y_5	**0 = n_{51}**	**12=n_{52}**	**19=n_{53}**	**11=n_{54}**	**42** $= \sum_{i=1}^{4} n_{2i}$	$\sum_{i=1}^{4} n_{5i} \times y_5 = 388.5$
9.75 = y_6	**0 = n_{61}**	**0 = n_{62}**	**10 = n_{63}**	**20 = n_{64}**	**30** $= \sum_{i=1}^{4} n_{2i}$	$\sum_{i=1}^{4} n_{6i} \times y_6 = 292.5$
$n_{j\blacksquare}$	$20 = \sum_{i=1}^{6} n_{i1}$	$60 = \sum_{i=1}^{6} n_{i2}$	$48 = \sum_{i=1}^{6} n_{i3}$	$32 = \sum_{i=1}^{6} n_{i4}$	**160**	**1393**
	$\sum_{i=1}^{6} n_{i1} \times x_1 = 600$	$\sum_{i=1}^{6} n_{i2} \times x_2 = 3000$	$\sum_{i=1}^{6} n_{i3} \times x_3 = 3360$	$\sum_{i=1}^{6} n_{i4} \times x_4 = 2880$	**9840**	$\bar{x} = \frac{9840}{160} = 61.5$
						$\bar{y} = \frac{1393}{160} = 61.5 = 8.7$

Corrigé exercice 8. corrigé exercice 04

x \ y	30	50	70	90	
7,25	8	2			10
7,75	11	15	1	1	28
8,25		22	8	0	30
8,75	1	9	10	0	20
9,25		12	19	11	42
9,75			10	20	30
	20	60	48	32	160

$m(x) = 8{,}71$ $m(y) = 61{,}5$

$s(x) = 0{,}783$ $s(y) = 18{,}9$

$c(x,y) = 11{,}32$ $r(x,y) = 0{,}764$

pente $a = 18{,}438$ ordonnée origine $b = -99{,}02$

$y = 18{,}438x - 99{,}02$

Corrigé exercice 05 :

Corrigé exercice 9. corrigé exercice 05

$m(x) = 75{,}25$ $m(y) = 61{,}25$

$s(x) = 11{,}83$ $s(y) = 13{,}17$

$c(x,y) = 102{,}19$ $r(x,y) = 0{,}6559$

pente $a = 0{,}730$ ordonnée origine $b = 1{,}47$

$y = 0{,}730x + 1{,}47$

y \ x	50	60	70	80	90	100	
[15;25[	1						1
[25;35[	3	1					4
[35;45[	1	3					4
[45;55[		2	7		1		10
[55;65[		4	8	8	6		26
[65;75[			5	12	7	2	26
[75;85[			2	6	1		9
	5	10	22	26	15	2	80

Formules : Pour $i = 1, \ldots, I$ et pour $j = 1, \ldots, J$

$$n_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{J} n_{ij}$$

$$n_{i\bullet} = \sum_{i=1}^{I} n_{ij}$$

$$n = n_{\bullet\bullet} = \sum_{i=1}^{I} n_{i\bullet} = \sum_{j=1}^{J} n_{\bullet j} = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} n_{ij}.$$

Corrigé exercice 01 :

$U \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

$P(U < 2.4) = \varphi(2.4) = 0.9918$

$P(U \geq 1.23) = 1 - \varphi(1.23) = 1 - 0.8907 = 0.1093$

$P(U > 3.2) = 1 - \varphi(3.2) =$

$P(-1.96 < U < 1.96) = \varphi(1.96) - \varphi(-1.96) = 2\varphi(1.96) - 1 = 0.95$

2)

$P(U < u_1) = 0.95 \Rightarrow u_1 = 1.65$

$P(U > u_2) = 0.25 = 1 - P(U < u_2 \Rightarrow P(U < u_2) = 0.75 \Rightarrow u_2 = 0.67$

$P(U < u_3) = 0.015 < 0.5\ alors\ u_3 < 0$

$P(U < u_3) = P(U > -u_3) = 1 - P(U \leq -u_3) = 1 - \varphi(-u_3) = 0.015 \Rightarrow \varphi(-u_3) = 0.985 \Rightarrow -u_3 = 2.17 \Rightarrow u_3 = -2.17$

Corrigé exercice 02 :

$X \rightsquigarrow \mathcal{N}(32,49)$

$P(X > 32) = P(X \geq 32) = 1 - P(X \leq 32) = 1 - P\left(Z \leq \frac{32-32}{7}\right) = 1 - P(Z \leq 0) = 1 - \varphi(0) = 1 - 0.5 = 0.5$ $\quad telle\ que\ Z \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

$P(X < 32 + \sigma) = P(X < 32 + 7) = P(X < 39) = P(Z < 1) = \varphi(1) = 0.8413$

$P(32 < X < 39) = P(0 < Z < 1) = \varphi(1) - \varphi(0) = 0.3413$

$P(X < x_1) = 0.791 \Leftrightarrow P\left(Z < \frac{x_1-32}{7}\right) = 0.791 \Leftrightarrow \varphi\left(\frac{x_1-32}{7}\right) = 0.791 \Leftrightarrow \frac{x_1-32}{7} = 0.81 \Leftrightarrow x_1 = 37.67$

$P((|X - 32| < x_4) = 0.2 \Leftrightarrow P(-x_4 < X - 32 < x_4) = 0.2 \Leftrightarrow P\left(\frac{-x_4}{7} < \frac{X-32}{7} < \frac{x_4}{7}\right) = 0.2 \Leftrightarrow P\left(Z < \frac{x_4}{7}\right) - P\left(Z < \frac{-x_4}{7}\right) = 0.2 \Leftrightarrow \varphi\left(\frac{x_4}{7}\right) - \varphi\left(-\frac{x_4}{7}\right) = 0.2 \Leftrightarrow \varphi\left(\frac{x_4}{7}\right) - 1 + \varphi\left(\frac{x_4}{7}\right) = 0.2 \Leftrightarrow 2\varphi\left(\frac{x_4}{7}\right) = 1.2 \Leftrightarrow \frac{x_4}{7} = 0.25 \Leftrightarrow x_4 = 1.75$

Corrigé exercice 03 :

$X \rightsquigarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2)$ $\qquad m = 27$ $\qquad \sigma^2 = 25$

X ***:*** *mesure de la quantité d'urée dans le sang*

1. $P(X < 24.5) =?$

$P(X < 24.5) = P\left(Z < \frac{24.5-27}{5}\right) = P(Z < -0.5) = P(Z > 0.5) = 1 - P(z < 0.5) = 1 - \varphi(0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085$ $avec\ Z \rightsquigarrow \mathcal{N}(0.1)$

2. $P(X > x_0) = 0.025$ $x_0 =?$

$P(X > x_0) = 0.025 \Leftrightarrow P\left(Z > \frac{x_0-27}{5}\right) = 0.025 \Leftrightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{x_0-27}{5}\right) = 0.025 \Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{x_0-27}{5}\right) = 0.975 \Leftrightarrow \varphi\left(\frac{x_0-27}{5}\right) = 0.975 \Leftrightarrow \frac{x_0-27}{5} = 1.96 \Leftrightarrow x_0 = 36.8$

Corrigé exercice 04 :

$P(X > 22) = 0.3085$ $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(21, \sigma^2)$ $\sigma =?$

1.

$P(X > 22) = 0.3085 \Leftrightarrow P\left(Z > \frac{22-21}{\sigma}\right) = 0.3085 \Leftrightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{1}{\sigma}\right) = 0.3085 \Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{1}{\sigma}\right) = 0.6915 \Leftrightarrow \varphi\left(\frac{1}{\sigma}\right) = 0.6915 \Leftrightarrow \frac{1}{\sigma} = 0.5 \Leftrightarrow \sigma = 2$

2.

$P(18 < X < 23) =?$

$P(18 < X < 23) = P(X < 23) - P(X < 18) = P\left(Z < \frac{23-21}{2}\right) - P\left(Z < \frac{18-21}{2}\right) = P(Z < 1) - P(Z < -1.5) = P(Z < 1) - 1 + P(Z < 1.5) = 0.8413 + 0.9332 - 1 = 0.7745$

3.

$P(X > 19) = P\left(Z > \frac{19-21}{2}\right) = P(Z > -1) = P(Z < 1) = 0.8413 = 84.13\%$

$Il\ y\ a\ 0.8413 \times 300 = 252\ étudiants$

4.

$P(X > x_0) = 0.1587$ $x_0 =?$

$P(X > x_0) = 0.1587 \Leftrightarrow P\left(Z > \frac{x_0-21}{2}\right) = 0.1587 \Leftrightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{x_0-21}{2}\right) = 0.1587 \Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{x_0-21}{2}\right) = 0.8413 \Leftrightarrow \varphi\left(\frac{x_0-21}{2}\right) = 0.8413 \Leftrightarrow \frac{x_0-21}{2} = 1 \Leftrightarrow x_0 = 23\ ans$

Corrigé exercice 05 :

X : le nombre d'individus résistants à l'antibiotique

L'expérience aléatoire est dû à Bernoulli

$$X_i = \begin{cases} S & si\ l'individu résiste\ à\ l'antibiotique \\ E & sinon \end{cases}$$

On répète cette expérience sur n=1000 individus

$X = \sum_{i=1}^{1000} X_1 \rightsquigarrow \mathcal{B}(n,p) \quad n = 1000,\ p = ? \quad E(X) = np \Longrightarrow p = \frac{E(X)}{1000} = \frac{62.5}{1000} = 0.0625$

$X \rightsquigarrow \mathcal{B}(1000, 0.0625)$

$\left.\begin{array}{l} n = 1000 \\ np = 62.5 > 5 \\ nq = 937.5 \end{array}\right\}$ *X peut etre approximer par la loi normale de paramètres*

$m = np = 62.5 \; et \; \sigma^2 = npq = 58.6$

$P(X > 30) = P\left(Z > \frac{30-62.5}{\sqrt{58.6}}\right) = P\left(Z > \frac{-32.5}{7.65}\right) = P(Z > -4.25) = P(Z < 4.25) = 0.999989 \cong 1$

$P(30 < X < 40) = P\left(\frac{30-62.5}{7.65} < Z < \frac{40-62.5}{7.65}\right) = P(-4.248 < Z < -2.94) = P(Z < -2.94) - P(Z < -4.248) = [1 - P(Z < 2.94)] - [1 - P(Z < 4.248)] = 0.999989 - 0.9984 = 0.001589$