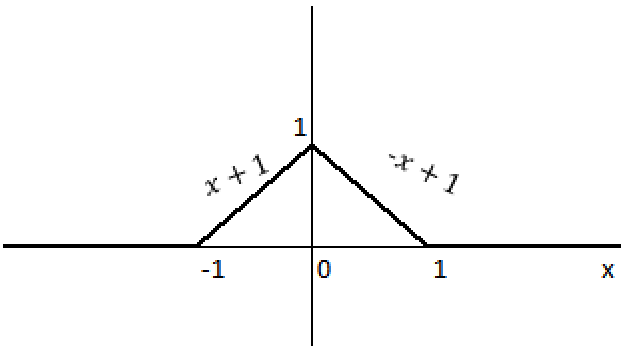
Correction du contrôle Biostat 2ème Année

Exercice 1 :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & si\ \ x \leq -1 \\ x+1 & si\ \ -1 < x \leq 0 \\ -x+1 & si\ \ 0 < x \leq 1 \\ 0 & si\ \ x > 1 \end{cases}$$

1) Représentation graphique :
   Le domaine de définition $D_f = \mathbb{R}$



2)
L'espérance mathématique $\boldsymbol{E(x)}$

$$E(x) = \int_D x\, f(x)\, dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx = 0 + \int_{-1}^{0} x(x+1)dx\ + \int_{0}^{1} x(-x+1)dx\ + 0$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-1}^{0} + \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{0}^{1} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 0$$

Il est claire d'après la courbe que $E(x) = 0$

La variance et l'écart-type

$$V(x) = \int_D x^2\, f(x)\, dx\ - [E(x)]^2 = \left[\int_{-1}^{0} x^2(x+1)dx\ + \int_{0}^{1} x^2(-x+1)dx\right] - 0$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{0} + \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3}\right)\Big|_{0}^{1} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

Exercice 2 :

Sont demandés : effectifs cumulés, , moyenne arithmétique ,mode, médiane, étendue, variance, écart-type.

ai	10	10	5	5	5	10	10	
Masse de l'œuf	*27.5 – 37.5*	*37.5 – 47.5*	*47.5 – 52.5*	*52.5 – 57.5*	*57.5 – 62.5*	*62.5 – 72.5*	*72.5 – 82.5*	Σ
Nombre d'œufs	*3*	*51*	*74*	*112*	*92*	*62*	*6*	400
N↑	3	54	128	240	332	394	400	
N↓	400	397	346	272	160	68	6	
ci	32,5	42,5	50	55	60	67,5	77,5	
ni ci	97,5	2167,5	3700	6160	5520	4185	465	22295

L'étendue

$$E = x_{max} - x_{min} = 82,5 - 27,5 = 55$$

Le mode

Sans calculer l'effectif corrigé, et en regardant les amplitudes des classes, on remarque que les classes 3,4 et 5 ont la même amplitude (5 la plus petite), et l'effectif maximal correspond à la classe *n° 4, alors* $Mo \in [52.5 - 57.5[$

$$Mo = l_1 + \frac{n_i - n_{i-1}}{2n_i - (n_{i-1} + n_{i+1})}(l_2 - l_1)\,, \qquad avec\ Mo \epsilon [52.5 - 57.5[$$

$$Mo = 52.5 + \left[\frac{(112 - 74)}{2 \times 112 - (74 + 92)}\right] 5 = 55,78$$

La médiane

$$Me \equiv \frac{N}{2} \equiv 200 \Rightarrow Me \epsilon [52.5 - 57.5\ [$$

$$Me = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{n_0}\left(\frac{N}{2} - F \uparrow\right) \Rightarrow Me = 52,5 + \frac{5}{112}(200 - 128) = 55,71$$

La moyenne

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i c_i}{N} = \frac{3 \times 32.5 + \cdots + 6 \times 77.5}{400} = 55,7375$$

La variance et l'écart-type

$$V(x) = \frac{\sum n_i {c_i}^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$= \frac{3 \times (32.5)^2 + \cdots + 6 \times (77.5)^2}{400} - (55,7375)^2 = 65,29$$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = 8,08$$

Exercice 3:

Une étude sur le budget consacré aux vacances d'été auprès de ménages a donné les résultats suivants

Budget (x)	Fréquence cumulée	Fréquences	c_i
[800, 1000[	0.08	0,08	900
[1000, 1400[	0.18	0,1	1200
[1400, 1600[	0.34	0,16	1500
[1600, β[	0.64	0,3	$(1600+\beta)/2$
[β , 2400[	0.73	0,09	$(\beta+2400)/2$
[2400, $\alpha = 4000$ [	1	0,27	3200

Le travail demandé :

- *Certaines données sont manquantes. Calculer la borne manquante* α *sachant que l'étendue de la série est égale à 3200.*

$$E = x_{max} - x_{min} = \alpha - 800 = 3200 \Rightarrow \alpha = 3200 + 800 = 4000$$

- *Calculer les fréquences dans le tableau.*
- *Calculer la borne manquante* β *dans le cas suivant :*

Le budget moyen est égal à 1995.

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i c_i}{N} = f_i c_i$$

$$\bar{x} = 0{,}08\,(900) + 0{,}1(1200) + 0{,}16(1500) + \frac{0{,}3(1600+\beta)}{2} + \frac{0{,}09(\beta+2400)}{2} + 0{,}27\,(3200) = 1995$$

$$\Rightarrow \frac{(0{,}3+0{,}09)\beta}{2} = 1995 - [0{,}08\,(900) + 0{,}1(1200) + 0{,}16(1500) + 0{,}3(800) + 0{,}09(1200) + 0{,}27\,(3200)] = 351$$

$$\beta = 351 \times \frac{2}{(0{,}3+0{,}09)} = 1800$$