

1 INTRODUCTION

L'expérimentation permet d'évaluer la réponse induite sur une ou plusieurs variables par la modification d'un ou de plusieurs facteurs expérimentaux. Le plus souvent on envisage de mener une expérimentation afin de vérifier une hypothèse suggérée par des connaissances antérieures ou des problèmes posés à l'agriculture. Il faut alors élaborer une procédure de vérification de cette hypothèse. Cette procédure comporte différentes phases parmi lesquelles on note:

- le choix du matériel expérimental ;
- le choix des caractères à observer ou mesurer ;
- la détermination des méthodes d'observation et de mesure ;
- la détermination des critères de validation de l'hypothèse.

Les deux premières phases ne posent souvent pas beaucoup de difficultés à l'expérimentateur car elles relèvent essentiellement du domaine de recherche considéré. Par contre, les deux dernières exigent un certain bagage en statistique. En effet, il faudra savoir comment déterminer une méthode fiable et précise de mesures et dans quel cadre ces mesures obtenues permettront de valider ou d'invalider l'hypothèse.

Ainsi, à l'issue de l'expérimentation une décision sera prise, mais elle sera prise dans un contexte incertain sujet à diverses sources de variation liées au matériel expérimental utilisé, aux conditions expérimentales (par exemple la température, la pluviométrie, l'hétérogénéité du sol), aux erreurs de mesure etc. La décision d'accepter ou de refuser une hypothèse sera basée alors sur un raisonnement probabilistique ou statistique. Nous voyons dès à présent l'importance et l'enjeu de la statistique dans le domaine de l'expérimentation agricole.

Exemple

Considérons une expérimentation mise en œuvre dans le but de comparer les rendements potentiels de deux variétés A et B d'arachide. L'hypothèse à tester consiste à dire que ces deux variétés produisent le même rendement. L'expérimentateur, disposant de deux parcelles contiguës de même taille, sème chacune des variétés sur une des parcelles et observe que la variété B donne un meilleur rendement.

L'expérimentateur, à partir seulement de cette observation, ne pourra certainement pas avancer une conclusion valable en vue de valider son hypothèse de travail. En effet cette différence: observée pourrait très bien être due à des facteurs autres que la variété, en l'occurrence une attaque d'insectes plus marquée sur la parcelle ayant reçue la variété A, une plus grande fertilité de la parcelle ayant reçue B pourraient par exemple expliquer cette différence: de rendement.

Nous voyons ainsi que l'expérimentateur devra planifier son expérience de telle façon a pouvoir décider si la différence observée pouvait être attribuée à un effet de la variété ou bien être attribuée à d'autres facteurs dits; "non contrôlés" par l'expérience

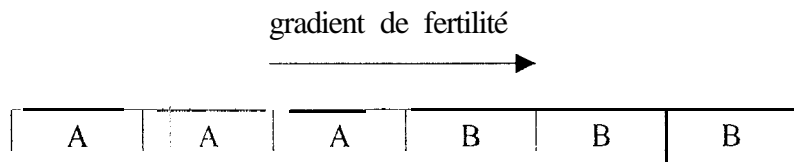
2 PRINCIPES DE LA PLANIFICATION EXPERIMENTALE

Une planification expérimentale de qualité peut être définie comme "*la façon de fournir l'effort expérimental minimum pour la meilleure précision*", en d'autres termes le moyen d'obtenir des résultats précis au moindre coût.

Nous mesurons dès à présent toute l'importance à devoir accorder à l'étape de la planification expérimentale dans le processus de recherche. La planification expérimentale doit, pour garantir la validité de l'analyse statistique des données qui seront recueillies, obéir à trois principes fondamentaux que nous allons brièvement décrire.

2.1 La randomisation

Reprenons à présent l'exemple précédent en considérant que nous disposons de six parcelles expérimentales contiguës, les trois premières recevant la variété A et les trois autres la variété B.



Dans ce cas, une des variétés pourrait être constamment favorisée, au point de vue de son rendement, s'il existe par exemple un gradient de fertilité allant de la droite à la gauche du terrain. Pour éviter toute source d'erreur systématique en avantageant une des variétés au détriment de l'autre, il nous faut procéder à la randomisation qui est une règle d'affectation au hasard des traitements aux unités expérimentales. Cette procédure garantit l'indépendance des observations d'une unité expérimentale à l'autre et élimine les biais qui peuvent être induits par une mauvaise répartition des traitements aux unités expérimentales.

2.2 Les répétitions

Si l'expérimentateur avait choisi de semer la même variété sur les six parcelles, il aurait quand même sûrement observé une différence de rendement entre ces parcelles; cette différence est due à une source de variabilité appelée erreur expérimentale qui ne peut être estimée que s'il y a des répétitions, c'est à dire affecter une même variété à différentes parcelles expérimentales.

Il est en effet nécessaire d'avoir des répétitions pour évaluer l'erreur expérimentale et distinguer ainsi cette erreur de l'effet dû aux traitements.

2.3 Le contrôle de l'erreur

Nous venons de voir que les répétitions nous permettent d'avoir une mesure de l'erreur expérimentale. Il nous faut, pour la réduire, limiter l'influence de certains facteurs non contrôlés par l'expérience. Nous chercherons, pour cela, à constituer des regroupements d'unités expérimentales les plus homogènes possible. Une part de la variabilité sera ainsi contrôlée et l'erreur expérimentale réduite.

Pour un essai au champ, on cherchera lorsqu'un gradient d'hétérogénéité (un gradient de fertilité par exemple) est reconnu à constituer des groupes de parcelles semblables du point de

vue de leur fertilité de telle sorte que la variabilité du phénomène étudié soit plus faible entre des unités expérimentales d'un même groupe qu'entre unités expérimentales appartenant à des groupes différents. Les traitements seront alors répartis de manière aléatoire au niveau de chacun de ces groupes ou blocs. Le facteur de variation lié à la fertilité du sol sera ainsi contrôlé et l'erreur expérimentale réduite.

3 PRINCIPALES ETAPES DE LA PLANIFICATION EXPERIMENTALE

Après une étude bibliographique permettant de procéder à l'état des connaissances sur le thème de recherche projeté, l'expérimentateur doit définir lors de la planification de son expérience différents éléments dont les principaux sont :

3.1 La définition de l'objectif expérimental

Une expérience étant mise en place pour répondre à un certain objectif, il est nécessaire que cet objectif soit défini de manière claire et concise. On conçoit aisément que la définition de l'objectif expérimental détermine la réalisation de l'expérimentation et la nature des mesures qui seront relevées.

Les diverses questions auxquelles l'expérience devrait répondre doivent être formulées sans ambiguïté et classées par ordre d'importance lorsque l'objectif de l'expérience est multiple.

3.2 La définition des facteurs à étudier

Un facteur est défini par un ensemble d'éléments de même nature dont nous voulons étudier l'influence sur une certaine variable : chacun de ces éléments est appelé un niveau ou une modalité du facteur.

Les facteurs à étudier constituent l'objet même de notre expérience. Ainsi leur nature doit être définie avec précision ; le nombre de facteurs et le nombre de niveaux ou modalités de chacun d'entre eux doivent être clairement déterminés.

Dans le cadre de notre exemple ci-dessus, le facteur étudié est la variété d'arachide. Les variétés A et B constituent les deux modalités de ce facteur.

Un traitement est défini par une combinaison des niveaux des différents facteurs étudiés. Dans le cas où un seul facteur serait étudié un traitement correspond à un niveau de ce facteur.

Exemple

A titre d'illustration considérons qu'on s'intéresse à l'étude de 2 facteurs : la variété d'arachide à deux modalités (variété A et variété B) et l'engrais azoté à deux niveaux (dose D1 et dose D2).

Chacune des 4 combinaisons des deux facteurs (ADI, AD2, BD 1 et BD2) constitue un traitement.

3.3 La définition des conditions expérimentales

Les résultats d'une expérience peuvent être fortement influencés par les conditions expérimentales et, à cet effet, il est alors nécessaire de bien définir ces conditions.

Les conditions expérimentales peuvent être par exemple dans le domaine végétal le site d'implantation de l'expérience (en station, en milieu paysan), les sources d'hétérogénéité potentielles sur le site (existence de gradient de fertilité ou de salinité), le précédent cultural, les techniques culturales etc.

3.4 La définition des unités expérimentales

L'unité expérimentale est l'élément recevant le traitement et sur lequel porteront les observations. Suivant le cas considéré, elle peut être une parcelle, un groupe d'arbres, un arbre, une feuille, un animal ou un lot d'animaux.

Dans le cadre de l'exemple 3.2, une parcelle sur laquelle sera semée une des variétés et recevant une des deux doses d'engrais définit une unité expérimentale.

Nous concevons facilement l'intérêt d'une définition précise de la nature, la forme et la taille de l'unité expérimentale lors de la planification. Le nombre d'unités expérimentales devra aussi être précisé.

3.5 La définition des mesures et observations

Des mesures ou observations seront réalisées au niveau de chaque unité expérimentale. Ces mesures ou observations sont les valeurs de variables, dites variables d'étude, prises sur l'unité considérée.

Les variables peuvent être réparties, suivant les valeurs qu'elles peuvent prendre, en variables quantitatives et qualitatives. Nous distinguons, parmi les variables quantitatives, les variables de nature :

- continue, par exemple le poids, le rendement, la hauteur ;
- discrète, par exemple le nombre d'épis, le nombre d'insectes.
- Parmi les variables qualitatives, nous distinguons les variables de nature :
- ordinale, c'est à dire celles qui permettent de classer les individus. Une variable qui prend les valeurs faible, moyen et fort est une variable qualitative ordinale ;
- nominale (à plus de deux modalités), par exemple la couleur, la variété cultivée ;
- binaire (nominale à deux modalités), par exemple les variables qui prennent les valeurs **oui/non** ou présence/absence d'un caractère ;

Il est bien évident que la nature des mesures ou observations à réaliser est étroitement liée à l'objectif expérimental. Les méthodes et analyses statistiques porteront sur ces dernières et, de ce point de vue, il est important de réaliser ces mesures ou observations avec le plus grand soin.

Lorsqu'une mesure ou observation devrait être réalisée par échantillonnage, le plan d'échantillonnage devrait être défini avec toute la précision requise.

3.6 Le choix du dispositif expérimental

Le choix du dispositif expérimental se fait en fonction de l'objectif projeté, de la structure et du nombre de facteurs à étudier et des conditions ou contraintes expérimentales. Quelques dispositifs expérimentaux classiques sont brièvement présentés ci-dessus.

3.6.1 Le dispositif en randomisation totale

Un dispositif est dit en randomisation totale ou complètement randomisé lorsque les traitements sont affectés de manière totalement aléatoire aux différentes unités expérimentales.

Le choix d'un tel dispositif est adéquat lorsque les unités expérimentales sont relativement homogènes et s'adapte bien au cas où le nombre de répétitions par traitement *et ne* serait pas constant.

Du fait de la variabilité du matériel expérimental en agronomie, ces dispositifs sont rarement utilisés. En effet, lorsqu'on dispose d'informations a priori sur l'hétérogénéité des unités expérimentales, on gagnerait en précision en constituant des groupes d'unités expérimentales (blocs) assez homogènes entre elles.

3.6.2 Le dispositif en blocs complets randomisés

Un bloc peut être défini par un groupe d'unités expérimentales homogènes.

Un dispositif expérimental est dit en blocs aléatoires complets lorsque les traitements sont aléatoirement affectés aux unités expérimentales d'un même bloc.

La constitution des blocs doit ainsi être réalisée de manière à ce que la variabilité du phénomène étudié soit plus faible entre unités expérimentales d'un même bloc qu'entre unités expérimentales appartenant à des blocs différents. La constitution judicieuse des blocs exige ainsi une disposition d'information a priori.

Avec des critères pertinents pour la constitution des blocs, ce dispositif permet de contrôler l'hétérogénéité du milieu expérimental et de réduire alors l'erreur expérimentale. Il est ainsi plus efficace que le plan complètement randomisé.

3.6.3 Le dispositif en split plot

Le split plot ou dispositif en blocs complets avec parcelles divisées correspond à un plan en blocs avec deux facteurs étudiés dont les niveaux sont affectés aux unités expérimentales d'un bloc par étapes :

1. on commence par subdiviser chaque bloc en autant de sous blocs que de niveaux de l'un des facteurs (facteur dit secondaire), les niveaux de ce facteur sont alors aléatoirement affectés aux sous blocs d'un même bloc.
2. puis on affecte aléatoirement les niveaux de l'autre facteur (facteur dit principal) aux unités expérimentales de chacun des sous blocs.

Les comparaisons relatives au facteur secondaire seront moins précises que celles relatives au facteur principal. L'inconvénient du dispositif en split plot réside dans cette dissymétrie introduite entre les deux facteurs.

L'utilisation de ce dispositif se justifie par exemple lorsqu'il existe des contraintes pratiques liées à la répartition aléatoire des traitements à l'intérieur d'un bloc ou lorsqu'on s'intéresse plus particulièrement à l'un des deux facteurs et/ou à l'interaction entre ces facteurs.

3.6.4 Les dispositifs en blocs incomplets équilibrés

La taille des blocs est un facteur évident d'hétérogénéité au sein des blocs. En effet, la taille des blocs dépendant du nombre de traitements, l'homogénéité des unités expérimentales; constituant un bloc complet équilibré est rapidement compromise lorsque le nombre de traitements devient élevé. En outre, nous nous trouvons quelquefois dans l'impossibilité de constituer des blocs dans lesquels tous les traitements sont présents. La solution sera alors de constituer des blocs incomplets c'est à dire des blocs ne comportant qu'une certaine partie de; traitements étudiés.

Un plan en blocs incomplets est dit équilibré lorsque chaque couple de traitements est présent un même nombre de fois dans un bloc. Il est dit binaire lorsqu'un traitement est présent au plus une fois dans chaque bloc. La plupart des plans incomplets utilisés en expérimentation agricole sont en blocs incomplets équilibrés binaires.

Lorsqu'on se limite au cas où chaque bloc comporte le même nombre d'unités expérimentales et les traitements sont répétés un même nombre de fois, un dispositif en blocs incomplets équilibrés binaires vérifie :

$$pr = bk$$

$$\lambda = r(k - 1) / (p - 1)$$

p désignant le nombre de traitements, r le nombre de répétitions, b le nombre de blocs, k le nombre d'unités expérimentales par bloc et λ le nombre d'occurrences d'un couple de traitements dans un même bloc.

Le dispositif en lattices carrés équilibrés est un dispositif avec un réseau de blocs incomplets (bloc ligne et bloc colonne) tel que :

- la taille des blocs incomplets est la racine carrée du nombre de traitements.,
- les blocs peuvent être regroupés pour former des répétitions complètes (répliques) où chaque traitement est présent une fois et une seule,
- le nombre de répliques est égal à un plus la racine carrée du nombre de traitements,
- chaque couple donné de traitements se retrouve une fois et une seule dans un bloc ligne et aussi une fois et une seule dans un bloc colonne.

Ainsi pour disposer un essai en lattices carrés équilibrés, il est nécessaire que le nombre de traitements soit un carré parfait.

Exemple : Plan en lattices carrés équilibrés 3 x 3 avec p=9, k=3, r=4, b=12

Réplique 1	Réplique 2	Réplique 3	Réplique 4
1	7	3	6
8	4	2	7
6	1	1	2
4	2	4	8
2	8	5	3
9	5	6	4
5	9	8	5
7	3	8	1
3	6	8	9

Avec un nombre de traitements $T = T_0 (T_0+1)$, nous pouvons constituer un dispositif en lattices rectangulaires, chaque réplique comprenant $(T_0 + 1)$ blocs de taille T_0 . Dans ce cas, un couple de traitements se retrouvera au plus une fois dans un même bloc.

3.7 La détermination du nombre de répétitions

Nous notons souvent un manque de critères objectifs dans la détermination du nombre de blocs et du nombre de sites d'un essai multilocal.

Le nombre de répétitions devrait être déterminé par la précision des résultats que l'on veut obtenir avec une certaine probabilité en fonction de l'objectif de recherche poursuivi et de la variabilité du matériel expérimental à utiliser. Nous pouvons utiliser des résultats

expérimentaux antérieurs ou organiser des essais préliminaires pour avoir une idée a priori de la variabilité du matériel expérimental.

3.8 La détermination, de la méthode d'analyse statistique

Il est fort utile d'envisager, dès la planification de notre expérience, la ou les méthodes adéquates d'analyse statistique des données qui seront collectées. Les principaux facteurs susceptibles d'orienter ce choix sont l'objectif poursuivi, la nature des données à analyser et les propriétés des méthodes statistiques à utiliser.

Le protocole expérimental devrait ainsi, présenter une définition des hypothèses expérimentales à vérifier, des paramètres à estimer, des méthodes Statistiques qui seront utilisées et une brève description des tableaux de résultats qui seront obtenus.

Ces divers éléments passés en revue constituent les principaux éléments du protocole expérimental. Nous proposons en annexe un canevas de protocole expérimental/

5 L'ANALYSE DE LA VARIANCE

5.1 Principes de l'analyse de la variance

La comparaison de différentes populations est un des problèmes les plus courants de la statistique. Le but principal de l'analyse de la variance (Anova) est de comparer les moyennes de plusieurs populations vérifiant certaines conditions à partir d'échantillons prélevés dans ces populations.

Considérons que lors d'une expérience, nous nous intéressons à l'étude sur n unités expérimentales, des variations d'une variable y (rendement par exemple) en fonction d'un facteur étudié composé de I modalités bien définies (variétés par exemple) ; les modalités du facteur étudié sont affectées de manière aléatoire aux unités expérimentales.

Une telle expérience peut être modélisée par l'équation suivante :

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}, \text{ avec } \varepsilon_{ij} \sim \text{iidN}(0, \sigma^2), \sum \alpha_i = 0 \\ i = 1, \dots, I ; j = 1, \dots, n_i ; n = \sum_i n_i$$

y_{ij} étant la valeur de la variable aléatoire y observée sur la $j^{\text{ème}}$ unité recevant le traitement i ;

μ est la moyenne générale ; α_i , appelé l'effet du traitement i , est l'écart entre la moyenne du traitement i et la moyenne générale ; et ε_{ij} est l'erreur résiduelle.

Afin de procéder à la comparaison des moyennes des traitements nous allons confronter, à partir des données observées, l'hypothèse nulle H_0 qui consiste à affirmer qu'il n'y pas d'effet dû aux traitements (c'est à dire que les traitements sont identiques) et l'hypothèse alternative H_1 qui revient à dire que les traitements ne sont pas identiques.

On peut montrer qu'on obtient l'expression suivante :

$$\sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_i (y_i - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{ij} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \\ SCT = SCM + SCR$$

Ceci montre que la variation centrée des observations est la somme de la dispersion due aux traitements (SCM) et d'une dispersion aléatoire (SCR). Ces sommes de carrés d'écart seront utilisés dans le test de H_0 contre H_1 .

En effet, on montre que, si H_0 est vraie, le rapport

$$F = \frac{SCM / (I - 1)}{SCR / (n - I)}$$

suit une loi de Fisher $F(I-1, n-I)$.

On calcule alors la probabilité sous H_0 qu'un $F(I-1, n-I)$ dépasse la valeur- F calculée et cette valeur sera ensuite comparée au seuil α fixé.

Si cette probabilité p est inférieure à α , l'hypothèse H_0 est rejetée : on dit alors que les traitements sont significativement différents au seuil α .

Si la probabilité p est supérieure à α , l'hypothèse H_0 est acceptée au seuil α .

5.2 Analyse de la variance à un facteur étudié

5.2.1 Anova à un facteur en randomisation totale

Le tableau d'analyse de la variance à un facteur en randomisation totale se présente comme indiqué ci-dessous :

Tableau Anova à un facteur en randomisation totale

Source de variation	Degrés de liberté	Somme des carrés	Carré moyen	F
Traitement	t-1	SCA	CM1	CMA/CMR
Résiduelle	n-t	SCR	CMR	

t : nombre de traitements ; n : nombre d'unités expérimentales

L'hypothèse d'égalité des traitements sera rejetée au niveau α lorsque le rapport CMA/CMR dépasse la valeur $f_{t-1, n-t, \alpha}$ lue sur la table de la loi de Fisher.

Exemple : Etude de l'effet de 3 formulations fongicides sur rendement en gousses d'arachide

Pour comparer les effets de 3 formulations fongicides sur le rendement en gousses d'arachide, nous disposons de 12 parcelles expérimentales et chacune des formulations est affectée de manière aléatoire à 4 de ces parcelles. Il s'agit ainsi d'étudier un facteur à 3 niveaux avec un dispositif expérimental en randomisation totale.

Nous présentons ci-dessous les résultats de l'analyse des données réalisée avec le logiciel Genstat 5.

***** Analysis of variance *****

Variate:: Rendement

Source of variation	d.f.	S.S.	m. s.	v. r.	F pr.
Formulation	2	149447.	14123.	0.40	0.684
Residual	9	1698300.	185700.		
Total	11	1847746.			

d.f. = nombre de degrés de liberté ; s.s. = somme des carrés ; m.s. = somme des carrés moyens
v.r. = rapport des variances = rapport des carrés moyens (F); F pr. = p

L'examen du tableau d'analyse de variance permet de noter que :

$$F = 0.40 \text{ et } P_{110}(F(2,9) > 0.40) = 0.684$$

On en déduit alors que l'hypothèse d'équivalence des formulations ne sera pas rejetée au seuil 5%, ce qui revient à dire qu'il n'y a pas d'effet significatif de la formulation fongicide sur le rendement en gousses d'arachide.

5.2.2 Anova à un facteur dans un dispositif en blocs aléatoires complets

Un tableau d'analyse de la variance d'un plan à un facteur étudié en blocs aléatoires complets a la présentation suivante :

Tableau Anova à un facteur en blocs aléatoires complets

Source de variation	Degrés de liberté	Somme des carrés	Carré moyen	F
Traitement	t-1	SCA	CMA	CMA/CMR
Bloc	r-1	SCB	CMB	CMB/CMR
Résiduelle	(t-1)(r-1)	SCR	CMR	

t : nombre de modalités du facteur étudié ; r : nombre de blocs

Le résultat du test des effets blocs ne doit être pris en compte qu'à titre indicatif. En effet, l'essai n'a pas été réalisé pour tester l'équivalence des blocs. Mais ce test permet de vérifier si les blocs ont été judicieusement constitués c'est à dire si le contrôle par les blocs de l'hétérogénéité du milieu expérimental a été efficace.

Exemple : Comparaison de l'effet de 10 variétés sur le rendement du mil

Il s'agit d'un essai dont l'objectif est de comparer 10 variétés de mil. Le dispositif expérimental est en blocs aléatoires complets (3 blocs) et la variable observée est le rendement de la culture. Les résultats de l'analyse des données sont présentés ci-après.

***** Analysis of variance *****

Variate: Rendement

Source of variation	d.f.	S.S.	m.s.	v.r.	F pr.
Bloc stratum	2	312203.	156102.	1.89	
Bloc.*Units* stratum					
Variete	9	2324836.	258315.	3.13	0.019
Residual	18	1486045.	82558.		
Total	29	4123084.			

Le test **associé au** facteur variétal **nous** conduit à affirmer qu'il existe des différences significatives au seuil 5% entre les rendements des différentes variétés.

Nous remarquerons que Genstat ne fournit pas explicitement la probabilité associée au test d'absence d'effet bloc. Ainsi si nous nous intéressons au test de l'effet bloc, nous devrions comparer la valeur du F correspondant à la valeur seuil donnée par une table de Fisher.

On lit sur une table de Fisher la valeur $f(2;18;0.05) = 3.55$ et comme $1.89 \leq 3.55$, on en déduit l'absence d'effet bloc au seuil 5%. On peut ainsi dire que les blocs n'ont pas permis de contrôler de manière efficace l'hétérogénéité du milieu.

5.3 Analyse de la variance à deux facteurs étudiés

Avec deux facteurs étudiés, il faut tout d'abord s'intéresser au test de l'interaction. Si l'interaction n'est pas significative on peut tirer des conclusions sur les effets principaux des deux facteurs. Par contre lorsque l'interaction est significative il ne faut pas conclure directement. Il faut dans ce cas examiner les résultats de plus près car l'interprétation peut devenir plus complexe. Une représentation graphique est souvent fort utile pour une interprétation correcte des résultats.

Exemple

Considérons un essai dont le but est d'étudier l'effet de 2 facteurs, la variété et la dose d'engrais, sur le rendement d'une culture. Les graphiques suivants présentent différents cas de figure possibles.

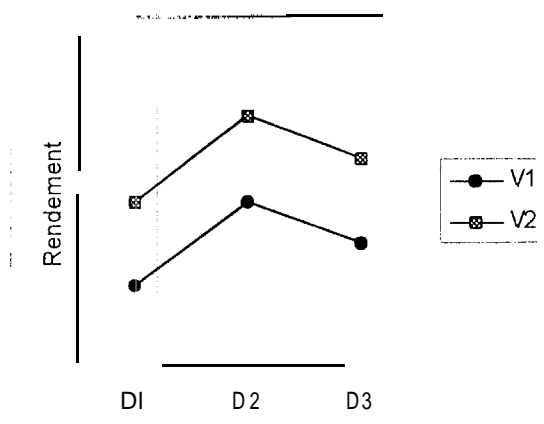


Figure 1 : Absence d'interaction

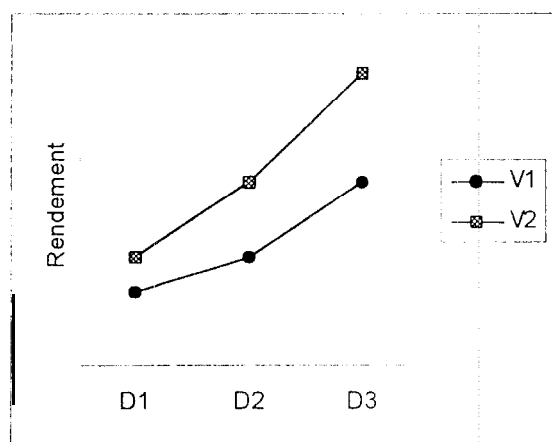


Figure 2 : Présence d'interaction

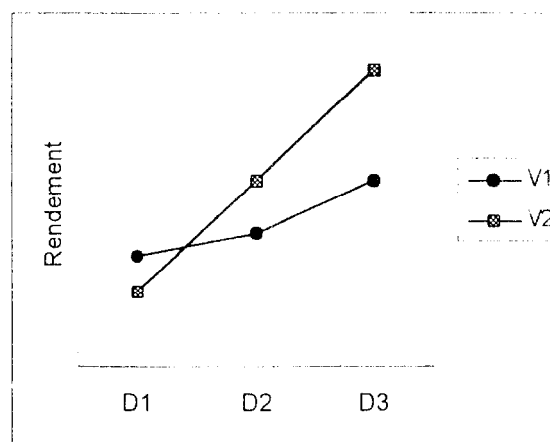


Figure 3 : Présence d'interaction

Nous pouvons noter d'après la figure 1 que l'écart entre les 2 variétés est indépendant de la dose d'engrais ; ce qui revient à dire qu'il n'y a pas d'interaction entre les 2 facteurs.

D'après les figures 2 et 3, on relève que les différences entre les variétés varient en fonction de la dose d'engrais utilisée. On dit alors qu'il y a une interaction entre les 2 facteurs

Dans le cas présenté par la figure 2, l'interaction a pour effet d'amplifier les différences entre les 2 variétés tout en conservant l'ordre des moyennes. Le test des effets dose et variété présente alors un intérêt.

Dans le cas présenté par la figure 3, l'interaction a pour effet d'inverser l'ordre des moyennes des variétés. Le test global des effets principaux des 2 facteurs perd son sens dans ce cas.

5.3.1 Anova à deux facteurs en randomisation totale

Le tableau d'analyse de la variance à deux facteurs étudiés dans un plan en randomisation totale se présente comme indiqué ci-dessous :

Tableau Anova à 2 facteurs en randomisation totale

Source de variation	Degrés; liberté	Carré moyen	F
Facteur A		CMA	CMA/CMR
Facteur B	J-1	CMB	CMB/CMR
Interaction AxB	(I-1)(J-1)	CMI	CMI/CMR
Résiduelle	IJ(r-1)	CMR	

I et J respectivement nombre de modalités des facteurs A et B ; r : nombre de répétitions

Exemple : Influence de différents régimes alimentaires sur la croissance pondérale

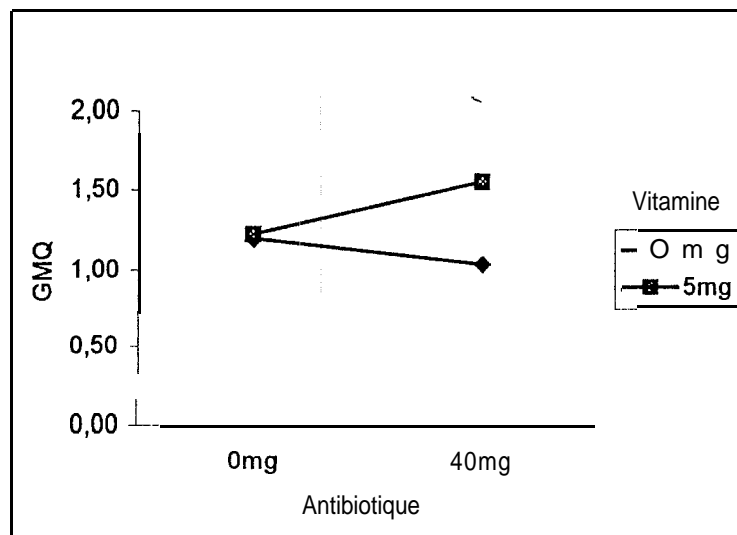
Il s'agit d'une expérimentation dont le but est d'étudier l'effet de deux facteurs, le supplément de vitamine B12 et le supplément d'antibiotique sur la croissance pondérale du porc. Chacun des deux facteurs a 2 niveaux (supplément, pas de supplément). Chacun des 4 régimes alimentaires ou traitement est apporté quotidiennement à un lot de 3 animaux choisis de manière aléatoire et le gain moyen quotidien de chaque porc est relevé à l'issue de l'expérience. Les résultats de l'analyse de la variance sont présentés ci-après :

***** Analysis of variance*****

Variate: GMQ

Source of variation	d.f.	s.s.	m. s.	v.l.	F pr.
Antibiotique	1	0.020833	0.020833	5.68	0.044
Vitamine	1	0.218700	0.218700	59.65	<.001
Antibiotique.Vitamine	1	0.172800	0.172800	47.13	<.001
Residual	8	0.029333	0.003667		
Total	11	0.441667			

L'examen de ces résultats nous permet tout d'abord d'affirmer que l'interaction des 2 facteurs étudiés est très hautement significative. L'existence d'une telle interaction signifie que l'influence du supplément d'antibiotique est fonction du supplément de vitamine. L'observation du graphique suivant permet d'avancer que la réponse au supplément d'antibiotique est fortement marquée en présence du supplément de vitamine alors qu'elle a même une tendance négative en son absence.



5.3.2 Anova à deux facteurs étudiés dans un dispositif en blocs aléatoires complets

Un tableau d'analyse de la variance d'un plan en blocs aléatoires complets à deux facteurs étudiés a la présentation suivante :

Tableau Anova à 2 facteurs en blocs aléatoires complets

Source de variation	Degrés de liberté	Carré moyen	F
Facteur 1	I-1	CM1	CM 1/CMR
Facteur 2	J-1	CM2	CM2 /CMR
Interaction	(I-1)(J-1)	CMI	CMI/CMR
Bloc	r-1	CMB	CMB/CMR
Résiduelle	(r-1)(IJ-1)	CMR	

I : nombre de niveaux du facteur 1 ; J : nombre de niveaux du facteur 2 ; r : nombre de blocs

Exemple : Etude de l'influence de l'application de différentes doses d'engrais azoté à des variétés de riz, sur le rendement de la culture

Il s'agit d'un essai disposé en 3 blocs aléatoires complets dont l'objectif est de comparer l'influence sur le rendement du riz de 5 traitements (4 doses d'engrais azoté et le témoin sans engrais) appliqués à 3 variétés de riz.

Le tableau suivant présente les résultats de l'analyse de la variance réalisée sur le rendement. On en déduit que l'interaction entre les 2 facteurs n'est pas significative. En outre, l'application

d'azote a un effet très hautement significatif sur le rendement du riz et les différences entre les rendements des variétés de riz sont significatives.

***** Analysis of variance *****

Variate: RENDEMENT

Source of variation	d.f.	s.s.	m.s.	V.r.	F pr.
BLOC stratum	3	2.5998	0.8666	5.73	
BLOC.*Units* stratum					
VARIETE	2	1.0528	0.5264	3.48	0.040
AZOTE	4	41.2347	10.3087	68.15	<.001
VARIETE.AZOTE	8	2.2907	0.2863	1.89	0.087
Residual	42	6.3528	0.1513		
Total	59	53.5309			

5.3.3 Anova à deux facteurs dans un dispositif en split plot

Un tableau d'analyse de la variance à deux facteurs étudiés dans un dispositif en split plot a la présentation suivante :

Tableau Anova à 2 facteurs en split plot

Source de variation	Degrés de liberté	Carré moyen	F
Facteur 1	I-1	CM1	CM 1/CMR1
Bloc	r-1	CMB	CMB/CMR1
Résiduelle 1	(I-1)(r-1)	CMR1	
Facteur 2	J-1	CM2	CM2/CMR2
Interaction	(I-1)(J-1)	CM3	CM1/CMR2
Résiduelle 2	I(J-1)(r-1)	CMR2	

I : nombre de niveaux du facteur 1 ; J : nombre de niveaux du facteur 2 ; r : nombre de blocs

Exemple : Etude de l'effet de la fertilisation et de la variété sur la production du sésame

Il s'agit d'un essai réalisé en vue d'étudier deux facteurs la variété (5 variétés) et la fertilisation (2 niveaux de fertilisation dose de fertilisation et témoin non fertilisé). Le dispositif mis en place correspond à un split plot avec 3 blocs. La variété est en grandes parcelles et la fertilisation en petites parcelles.

L'examen des résultats présentés ci-dessous nous permet de dire que l'interaction entre les 2 facteurs variété et fertilisation n'est pas significative. De plus, l'effet de la fertilisation sur le rendement est significatif et il existe des différences très hautement significatives entre les rendements moyens des 5 variétés de sésame.

***** Analysis of variance *****

Variate: RENDEMENT

Source of variation	d.f.	S.S.	m.s.	v.r.	F pr.
BLOC stratum	2	536569.	268285.	21.14	
BLOC.VAR stratum					
VAR	4	810515.	202629.	15.96	<.001
Residual	8	101541.	12693.	1.29	
BLOC.VAR.TRAIT stratum					
TRAIT	1	97322.	97322.	9.85	0.011
VAR.TRAIT	4	69331.	17333.	1.75	0.214
Residual	10	98769.	9877.		
Total	29	1714048.			

5.4 Les méthodes de comparaison des moyennes

L'analyse de la variance nous permet de procéder au test de l'hypothèse d'égalité des traitements. Lorsqu'à l'issue du test on décide de rejeter cette hypothèse, c'est à dire qu'on déclare qu'il existe des différences significatives entre moyennes des traitements, il convient alors de déterminer, parmi celles-ci, celles qui sont significativement différentes.

Il existe différentes méthodes de comparaison des moyennes qui nous permettent de répondre à cette question. Mais il faut noter dès à présent qu'elles ne se valent pas toutes : le choix de l'une d'entre elles sera effectué judicieusement en fonction de l'objectif expérimental poursuivi et de la nature des traitements étudiés.

Par raison de commodité, on se limitera dans la suite au cas où les traitements sont répétés un même nombre de fois (plan équilibré)

5.4.1 La méthode de la plus petite différence significative

Lorsque l'hypothèse d'égalité des p traitements est rejetée, le test de Student nous permet de tester l'égalité des moyennes de deux traitements i et i' à l'aide de l'expression :

$$t_{obs} = \frac{|Y_i - Y_{i'}|}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_i^2 + \hat{\sigma}_{i'}^2}{n}}}$$

avec Y_i et $Y_{i'}$ les moyennes respectives des traitements i et i' ; $\hat{\sigma}_i^2$ et $\hat{\sigma}_{i'}^2$ les estimations des variances respectives des 2 traitements et n le nombre de répétitions

En considérant l'hypothèse d'égalité de la variance des traitements, cette expression devient :

$$t_{obs} = \frac{|Y_i - Y_{i'}|}{\sqrt{2 \frac{\hat{\sigma}^2}{n}}}$$

avec $\hat{\sigma}^2$ l'estimateur de la variance commune des traitements.

On calcule l'expression :

$$ppds = t_{1-\alpha/2} \sqrt{2\hat{\sigma}^2 / n}$$

et l'hypothèse d'égalité des 2 moyennes sera rejetée si la valeur observée de la différence entre ces moyennes est supérieure ou égale à cette quantité appelée plus petite différence significative (ppds).

Cette méthode est largement utilisée: en expérimentation agricole à cause de sa simplicité de mise en œuvre. Mais, il faut noter qu'avec p traitements, il existe $p(p-1)/2$ comparaisons de moyennes 2 à 2 qui peuvent ainsi être réalisées et donc autant de tests d'égalité de 2 moyennes. Le risque de 1^{ère} espèce de chacun de ces tests étant égal au niveau de signification α considéré, le risque global de 1^{ère} espèce, c'est à dire la probabilité de considérer à tort au moins une différence de moyennes comme significative peut être beaucoup plus important.

De ce point de vue l'utilisation de ce test n'est pas toujours appropriée. Elle est d'autant moins appropriée que le nombre de traitements étudiés devient élevé.

Exemple :

Une expérimentation est menée afin de comparer le poids de 1000 grains de 10 variétés de mil dans un dispositif expérimental constitué de 3 blocs aléatoires complets. L'analyse de la variance a mis en évidence un effet variétal significatif au seuil de 1%. Nous pouvons alors procéder à la comparaison multiple des moyennes.

$\hat{\sigma}^2 = 0.22$; nombre de degrés de liberté de la résiduelle = 18 ; $t_{1-\alpha/2} = 2.101$ avec $\alpha = 0.05$;

La valeur de la ppds est égale à 0.8046.

Les moyennes sont rangées ci-dessous par ordre décroissant. Les moyennes suivies de la même lettre ne sont pas significativement différentes.

V10 = 8.37	A
V5 = 7.87	AB
V1 = 7.23	BC
V9 = 7.13	BC
V2 = 7.10	BC
V7 = 6.97	C
V4 = 6.93	C
V8 = 6.90	C
V6 = 6.87	C
V3 = 6.63	C

5.4.2 La méthode de Bonferroni

La méthode de Bonferroni permet de tester toutes les comparaisons 2 à 2 de moyennes des traitements tout en contrôlant le risque global de 1^{ère} espèce α . Pour cela, chacun des tests sera réalisé avec un niveau de signification α' :

$$\alpha' \leq 2\alpha / p(p-1),$$

p étant le nombre de traitements étudiés.

Il faut souligner que cette méthode est assez conservative si p est élevé.

Exemple :

La comparaison des moyennes de l'exemple précédent en utilisant la méthode de Bonferroni nous fournit les résultats suivants :

ppds Bonferroni = 1.48

V10	=	8.37	A
V5	=	7.87	A B
V1	=	7.23	A B
V9	=	7.13	A B
V2	=	7.10	A B
V7	=	6.97	A B
V4	=	6.93	A B
V8	=	6.90	A B
V6	=	6.87	B
V3	=	6.63	B

Les moyennes suivies de la même lettre ne sont pas significativement différentes.

5.4.3 La méthode de Newman et Keuls

L'amplitude d'un groupe de moyennes est définie par la plus grande différence entre 2 moyennes de ce groupe. Le principe de la méthode de Newman et Keuls repose sur la comparaison des amplitudes des groupes de k ($k \leq p$) moyennes à la plus petite amplitude attendue à un niveau de signification donné.

Un groupe de k moyennes est déclaré hétérogène, c'est à dire qu'il existe des différences entre les moyennes constituant ce groupe, si l'amplitude d_k du groupe est supérieure ou égale à la plus petite amplitude significative (ppas) relative à un groupe de k moyennes qui est définie par :

$$ppas(k) = q_{1-\alpha} \sqrt{\hat{\sigma}^2 / n},$$

$q_{1-\alpha}$ étant le quantile d'ordre α de l'étendue au sens de Student.

La mise en œuvre de cette méthode commence par la détermination de la ppas relative à p moyennes et la comparaison de l'amplitude observée des p moyennes à cette valeur.

Si l'amplitude observée ne dépasse pas la ppas, on dira alors que les p moyennes ne sont pas significativement différentes.

Lorsque l'amplitude observée est plus grande que la ppas relative à p moyennes, on comparera successivement l'amplitude des différents groupes de $(p-1)$ moyennes, $(p-2)$ moyennes, etc avec la ppas correspondante jusqu'à ce que l'amplitude observée d'un groupe soit inférieure à la ppas relative à ce groupe. Les moyennes constituant ce dernier groupe sont alors déclarées non significativement différentes.

Exemple : Comparaison des moyennes des variétés par la méthode de Newman et Keuls au seuil 5%

Nb de moyennes	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valeurs ppas	0.80	0.917	1.07	1.14	1.20	1.25	1.29	1.33	1.36

V10 = 8.31 A
 V5 = 7.87 A B
 V1 = 7.23 B
 V9 = 7.13 B
 v2 = 7.10 B
 v7 = 6.97 B
 V4 = 6.93 B
 V8 = 6.90 B
 V6 = 6.87 B
 v3 = 6.63 B

5.4.4 La méthode de Dunnet

La méthode de Dunnet est une méthode de comparaison particulière en ce sens qu'elle ne porte que sur certaines comparaisons 2 à 2 de moyennes, la comparaison des (p-1) traitements à un traitement témoin. L'utilisation de cette méthode suppose ainsi la présence d'un traitement témoin (traitement de référence).

Un traitement sera déclaré significativement différent du témoin si l'écart entre la moyenne du traitement et celle du témoin est supérieur ou égal au plus petit écart significatif défini par :

$$d_{1-\alpha/2} \sqrt{2\hat{\sigma}^2 / n}$$

$d_{1-\alpha/2}$ est une valeur lue sur la table de Dunnet.

Exemple :

La variété V10 est en fait utilisée comme variété témoin dans cet essai. Ainsi nous allons comparer, par la méthode de Dunnett, la moyenne du poids de 1000 grains des 9 variétés à la moyenne de la variété témoin.

ppes au seuil de 5% = 1.13

V10	8.37	= Témoin
V5	7.87	
V1	7.23	
V9	7.13	< Témoin
V2	7.10	
V7	6.97	
V4	6.93	
V8	6.90	
V6	6.87	
V3	6.63	

Nous distinguons ainsi deux groupes de variétés :

- les variétés qui sont non significativement différentes du témoin
- les variétés qui ont un poids moyen de 1000 grains significativement inférieur au poids moyen du témoin.

5.4.5 La méthode des contrastes

Un contraste est une combinaison linéaire des moyennes des traitements telle que la somme des coefficients linéaires est nulle. Deux contrastes sont dits orthogonaux si la somme des double produits des coefficients linéaires est nulle.

La méthode des contrastes permet de tester la nullité de contrastes orthogonaux définis avant la réalisation de l'expérience. Chaque test de nullité d'un contraste correspond à une comparaison particulière bien définie.

On peut montrer que la somme des carrés des écarts factoriels se décompose en une somme de (p-1) sommes de carrés d'écarts correspondant à (p-1) contrastes orthogonaux. Ainsi le test de nullité d'un contraste revient à un test de signification de la somme des carrés des écarts correspondant.

Exemple:

On s'intéresse à la comparaison de l'effet de 2 nouveaux produits insecticides utilisés à 3 doses différentes sur la production du niébé. Deux autres produits serviront de référence. Neuf traitements seront ainsi étudiés dans un dispositif expérimental constitué de 4 blocs complets équilibrés.

Les traitements sont les suivants :

TO : Témoin absolu ; T1 : Produit P1 à la dose 1 ; T2 : Produit P1 à la dose 2 ; T3 : Produit P1 à la dose 3 ; T4 : Produit P2 à la dose 1 ; T5 : Produit P2 à la dose 2 ; T6 : Produit P3 à la dose 1 ; T7 : Produit de référence R1 ; T8 : Produit de référence R2.

Le tableau suivant présente le test de nullité de 9 contrastes orthogonaux.

MOYENNES DES +	S.C.E. ASSOCIEE	F	PROBA	COEFFICIENTS				CIENTS					
				TO	T1	T2	T3	4	T5	T6	T7	T8	
1467.77	1892.69	641970.63	7.33	0.0119	8	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1
1693.51	2116.25	1072275.63	12.25	0.0019	0	1	1	1		-1	-1	0	0
1904.88	1856.13	14262.47	0.16	0.6920	0	1	1	1		1	1	-3	-3
1846.20	1866.05	7881.04	0.01	0.9223	0	0	0	0		0	0	1	-1
1811.38	1634.57	83355.35	0.95	0.3408	0	-1	2	-1	0	0	0	0	0
2230.40	2059.18	78 177.86	0.89	0.3567	0	0	0	0	-1	2	-1	0	0
1693.70	1575.45	27966.13	0.32	0.5837	0	1	0	-1		0	0	0	0
1987.18	2131.18	41467.78	0.47	0.5046	0	0	0	0		0	-1	0	0

Le test de nullité du 1er contraste correspond à la comparaison des différents produits au témoin absolu. Nous notons ainsi que les produits insecticides ont un effet significatif sur la production de graines.

Aussi, on peut affirmer que le produit P2 assure une production plus élevée que le produit P1. Par contre, il n'y a pas de différence significative entre les nouveaux produits et les produits de référence.

5.4.6 La méthode des polynômes orthogonaux

Lorsque les traitements sont de nature quantitative, il est plus judicieux d'étudier la courbe de réponse aux traitements. Ce problème ne relève pas des méthodes de comparaisons multiples des moyennes des traitements mais de la méthode des polynômes orthogonaux qui permet d'ajuster une fonction polynomiale au phénomène observé. Son principe est basé sur la détermination de contrastes orthogonaux correspondant chacun à un polynôme d'un certain degré donné. La somme des écarts due aux traitements sera alors décomposée en différentes sommes des écarts relatives à des polynômes de degré 1, de degré 2, et cetera: le test de signification de ces différentes composantes sera réalisé.

Des tables nous donnent les coefficients des polynômes orthogonaux dans le cas particulier où les niveaux du facteur quantitatif sont équidistants.

Exemple :

On s'intéresse à l'étude de l'effet de la densité sur le rendement d'une variété de riz. Le dispositif expérimental est en blocs complets randomisés (4 blocs) avec 6 densités étudiées: (25, 50, 75, 100, 125 kg/ha).

Nous pouvons donc tester 5 polynômes orthogonaux. Il n'est toutefois pas nécessaire de procéder au test des différents polynômes. Nous nous limitons ici au test de signification des polynômes de degré ≤ 3 .

***** Analysis of variance *****

Variate: Rendement

Source of variation	d.f.	s.s.	m.s.	v.r.	F pr.
Bloc	3	.820401.	606800.	5.06	
Densité	5	2447293.	489459.	4.08	0.01.5
Linear	1	1806750.	1806750.	15.06	0.001
Quadratic	1	362217.	362217.	3.02	0.103
Cubic	1	46851.	46851.	0.39	0.541
Deviations	2	231474.	115737.	0.96	0.40.3
Residual	15	1799314.	119954.		
Total	23	6067008.			

***** Tables of means *****

Variate: Rendement

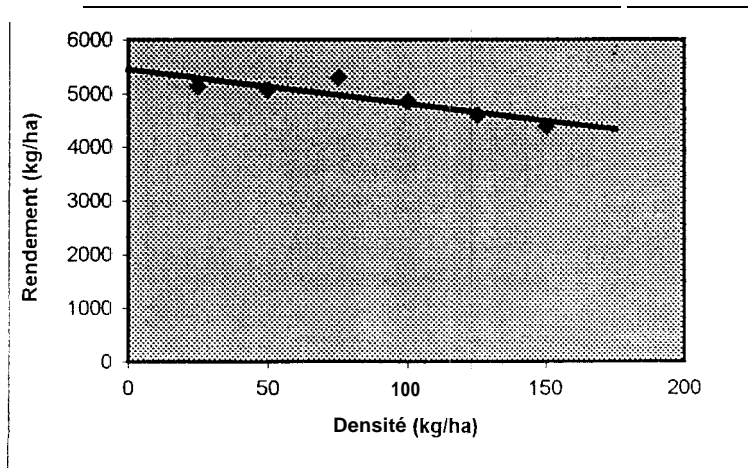
Grand mean 4885.92

Densité	25.00	50.00	75.00	100.00	125.00	150.00
	5124.00	5070.25	5304.25	4847.75	4591.00	4378.25

L'examen du tableau d'analyse de la variance nous permet de dire que la densité a un effet significatif sur le rendement en riz. De plus, l'utilisation de la méthode des polynômes orthogonaux permet d'avancer que l'effet linéaire est significatif et que les effets quadratiques et cubiques ne sont pas significatifs. Nous dirons que l'ajustement linéaire de la réponse du riz à la densité est significatif L'équation linéaire suivante :

$$y = -6.4 x + 5448.2$$

décrit la relation entre le rendement y et la densité x.



5.5 Validation des hypothèses de l'analyse de la variance

NOUS avons étudié brièvement le modèle linéaire et plus particulièrement le modèle d'analyse de la variance qui repose sur les hypothèses suivantes :

- 9 indépendance des variables aléatoires résiduelles
- 9 normalité des variables aléatoires résiduelles
- 9 égalité de la variance des variables aléatoires résiduelles
- 9 absence d'interaction traitement x bloc

Pour s'assurer de la validité du modèle et ainsi de l'interprétation des résultats, il est nécessaire de procéder à la vérification de ces hypothèses. L'analyse des résidus permet de vérifier la validité de ces hypothèses (analyse graphique et/ou tests d'hypothèses).

Lorsque ces hypothèses de l'analyse de la variance sont remises en cause nous devons suivant le cas:

- 9 utiliser des méthodes non paramétriques
- 9 choisir d'autres modèles tel que le modèle linéaire généralisé
- 9 procéder à une transformation de variables.

Certaines transformations de variable permettent, dans le cas où l'hypothèse d'égalité de la variance ne serait pas vérifiée, de réduire l'hétérogénéité des variances.

Les principales transformations de Variable utilisées en expérimentation agricole sont :

- 9 La transformation logarithmique :

Cette transformation permet de stabiliser les variances lorsqu'elles sont proportionnelles aux carrés des moyennes. Cette situation est souvent rencontrée dans les processus de croissance et de multiplication.

- 9 La transformation racine carrée :

Procéder à une telle transformation permet de stabiliser les variances dans le cas où elles seraient proportionnelles aux moyennes. Elle est recommandée pour les variables aléatoires possédant une distribution semblable aux distributions de Poisson. Ainsi, cette transformation s'adapte bien à des données constituées de nombres entiers pas très élevés ou à des pourcentages provenant de rapports ayant un même dénominateur et compris exclusivement entre 0 et 30% ou entre 70 et 100%.

- La transformation angulaire :

Lorsque la variable aléatoire à étudier possède une distribution binomiale, la transformation arc sinus est bien justifiée. Cette transformation est surtout adaptée aux problèmes relatifs aux proportions couvrant une gamme assez large (fractions comprises entre 0 et 1 ou pourcentages entre 0 et 100%) et données par des rapports à dénominateur constant.

6 PUISSANCE ET DIMENSIONNEMENT D'UNE EXPERIMENTATION

Toutes les différences de faculté des différents plans à mettre en évidence des effets de facteurs étudiés peuvent être expliquées par le calcul de la puissance associée à chaque comparaison. Le principe général est d'obtenir une résiduelle pour mettre en évidence l'effet souhaité qui soit la plus faible possible, mais avec un nombre de degrés de libertés suffisant. Ces deux démarches sont souvent antagonistes.

Cependant ces différents plans d'expérience sont imposés par des contraintes pratiques, ou une connaissance a priori, de l'homogénéité des unités expérimentales.

6.1 Rappel : test de Fisher lors d'une analyse de variance

Si lors d'une analyse de variance on cherche à tester l'effet d'un facteur A (n_1 degrés de liberté) par rapport à la résiduelle R (n_2 degrés de liberté), on effectue le rapport :

$$\frac{CM_a}{CM_r} \text{ (carré moyen associé au facteur A)}$$
$$CM_r \text{ (estimation de la variance } s^2 \text{ de la population)}$$

Si ce rapport est égal à 1, alors l'effet A est confondu avec la variabilité de la population, et est donc déclaré non significatif.

Il faut donc calculer la probabilité que ce rapport soit égal à 1. On sait que cette variable suit une distribution de Fisher à n_1 et n_2 degrés de liberté.

On peut donc calculer la probabilité que le rapport étudié suive une loi de Fisher d'espérance égale à 1.

Si la valeur du rapport des carrés moyens est inférieure à la valeur prise par la variable de Fisher au seuil 5%, alors le rapport peut être assimilé à une variable de Fisher d'espérance 1, et l'effet A n'est pas significatif.

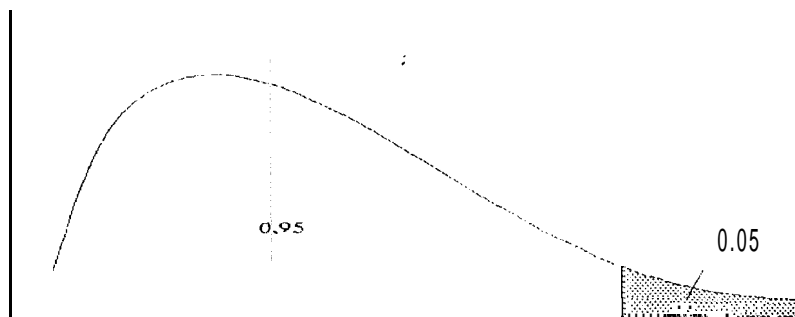


Figure 4 : Distribution d'une variable de Fisher

Si par contre la valeur du rapport des carrés moyens est supérieure à la valeur de F au seuil 5%, alors ce n'est pas une variable de Fisher d'espérance 1 et l'effet A est significatif.