Institut National Agronomique
Département du Génie Rural
Section Hydraulique Agricole

PROGRAMME HYDRAULIQUE

REVISION GENERALE

REVISION GENERALE

A.- Statique des fluides :

- Force de pression sur une surface plane

- Force de pression sur une surface courbe

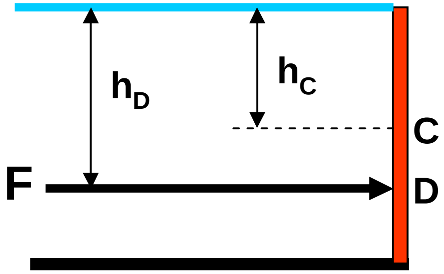
B.- Dynamique des fluides :

- Application des principes de la dynamique des fluides au calcul des conduites simples :
  - Equation de Continuité
  - Nombre de Reynolds
  - Equation de Bernoulli
  - Pertes de charge

A.- Statique des fluides

UN BREF RAPPEL ...

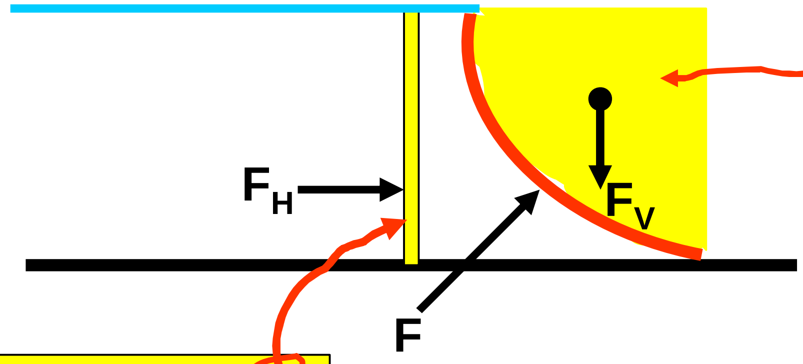
1.- force de pression sur surface plane :



$$F = \rho_w g h_c A$$

$$h_D = h_c + \frac{I_{cc}}{h_c A}$$

2.- force de pression sur surface courbe :



$$F_v = \rho_\omega g W$$

$$F_H = \rho_\omega g h_c A$$

$$F = \sqrt{F_H{}^2 + F_V{}^2}$$

Force de pression sur une surface plane

- Exercice I : Vanne plane inclinée

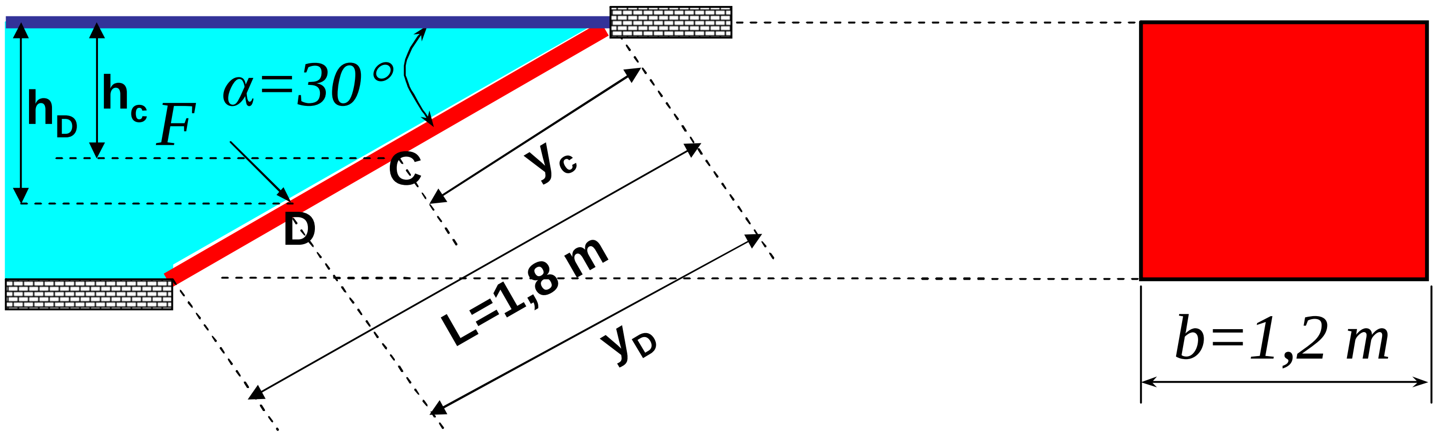
- Une vanne rectangulaire de dimensions **1,2 m** sur **1,8 m** est immergée dans l’eau et est inclinée de **30**° avec l’horizontale Calculer la force de pression hydrostatique exercée sur la vanne ainsi que la profondeur de son centre d’application quand son extrémité supérieure se trouve :

  1.- à la surface de l’eau

  2.- à 50 cm en dessous du niveau d’eau

- **Cas 1** :

*** Force de pression :**



On sait que pour une surface plane , la force s'écrit : $\boxed{F = \rho_\omega g h_c A}$

Avec :

hc = Profondeur du centre de gravité de la vanne : $h_c = y_c \sin\alpha = \frac{L}{2}\sin\alpha = \frac{1{,}8}{2}\sin 30 = 0{,}45m$

A = Surface de la vanne : $A = Lb = 1{,}8 x 1{,}2 = 2{,}16\, m^2$

Et donc :

$$\boxed{F = \rho_\omega g h_c A = 10^3 x 9{,}814 x 0{,}45 x 2{,}16 = 9539{,}2 N \approx 9{,}54 KN}$$

*** Profondeur du centre d'application de la force de pression :**

On sait que : $\boxed{y_D = y_c + \frac{I_{cc}}{y_c A}}$ (Paroi inclinée)

Avec : **A** = Moment d'inertie de la vanne **rectangulaire** par rapport à un axe passant par son centre de gravité :

$$I_{cc} = \frac{bL^3}{12}$$

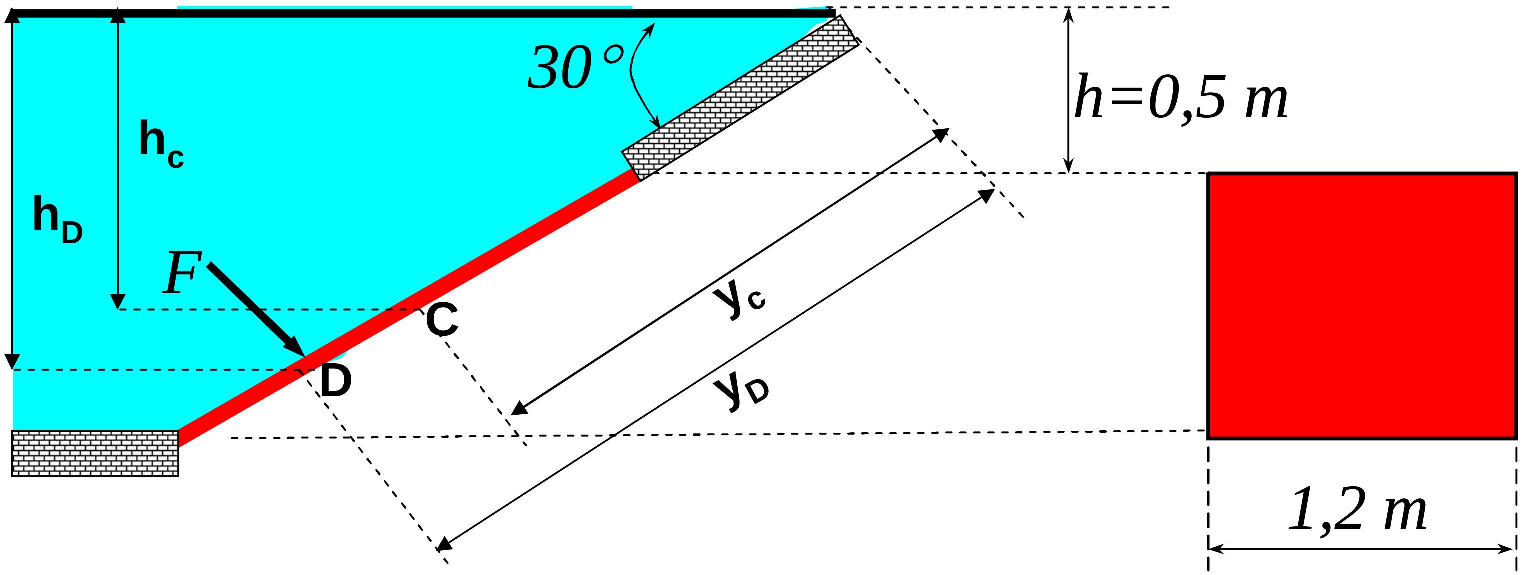
D'où :

$$y_D = y_c + \frac{I_{cc}}{y_c A} = \frac{L}{2} + \frac{bL^3}{12\frac{L}{2}bL} = \frac{L}{2} + \frac{L}{6} = \frac{2}{3}L = \frac{2}{3}x1{,}8 = 1{,}2m$$

Et donc : $\boxed{h_D = y_D \sin\alpha = 1{,}2x\sin 30 = 0{,}6m}$

- **Cas 2** :

*** Force de pression :**



Dans ce cas :

$$y_c = \frac{L}{2} + \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{1,8}{2} + \frac{0,5}{\sin 30} = 1,9m$$

$$h_c = y_c \sin\alpha = 1,9x\sin 30 = 0,95m$$

Et donc :

$$\boxed{F = \rho_\omega g h_c A = 10^3 x\, 9,814\ x\, 0,95\, x\, 2,16 = 20138\ ,3N \approx 20\ KN}$$

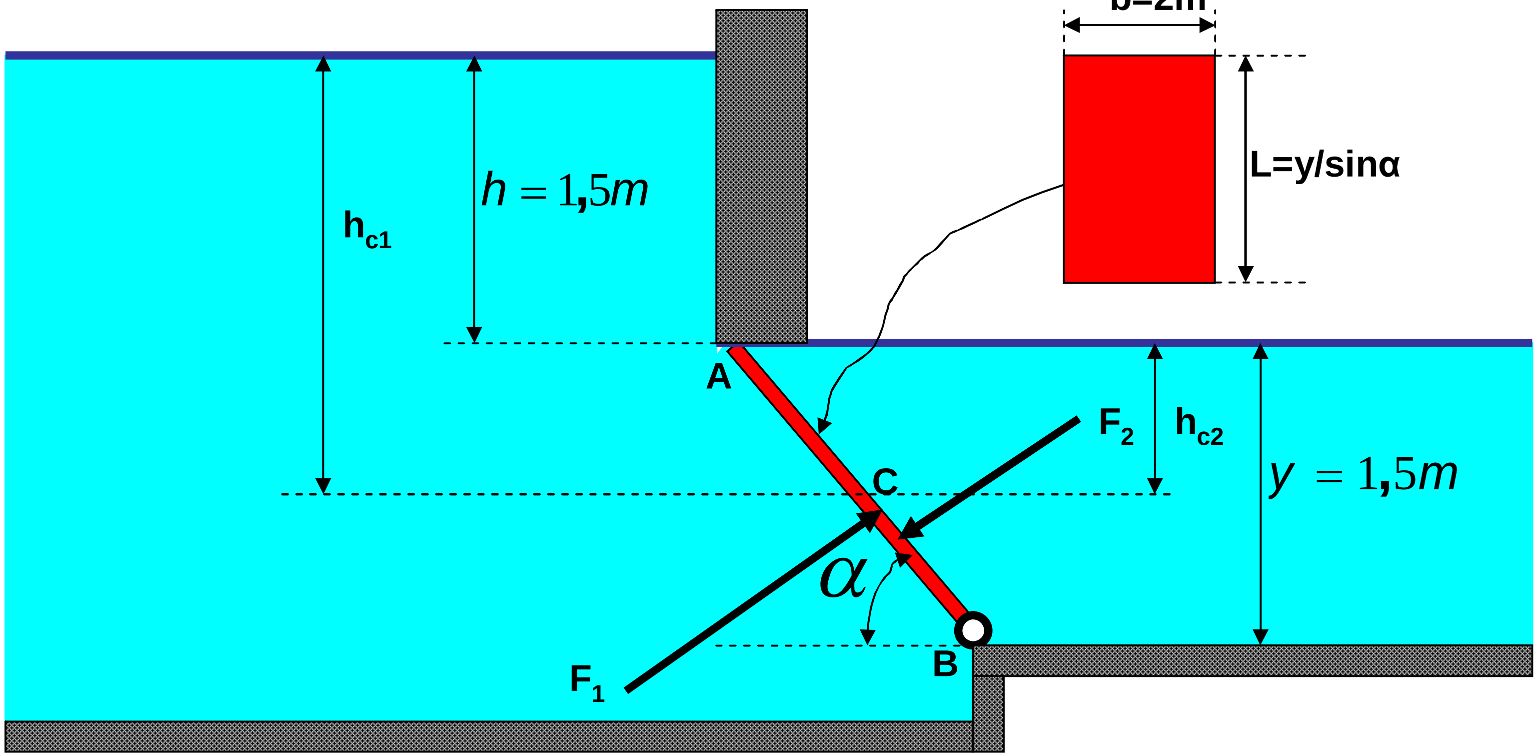
*** Profondeur du centre d'application de la force de pression :**

$$y_D = y_c + \frac{I_{cc}}{y_c A} = y_c + \frac{bL^3}{12 y_c bL} = y_c + \frac{L^2}{12 y_c} = 1{,}9 + \frac{1{,}8^2}{12x1{,}9} = 2{,}04m$$

Et donc :

$$\boxed{h_D = y_D \sin\alpha = 2{,}04x \sin 30 = 1{,}02m}$$

- Exercice II : Cas d'une vanne retenant l'eau des 2 côtés



Calculer la force résultante s'exerçant sur la vanne AB si l'angle α = 45 ° .

La force résultante est égale à la différence entre les 2 forces opposées F_1 et F_2

$$F = F_1 - F_2$$

- Calcul de F_1 :

$$\boxed{F_1 = \rho_\omega g h_{c1} A} \left\{ \begin{array}{l} * \ h_{c1} = \dfrac{y}{2} + h = \dfrac{1,5}{2} + 1,5 = 2,25m \\ * \ A = b\dfrac{y}{\sin\alpha} = 2\dfrac{1,5}{\sin 45} = 4,24m^2 \end{array} \right.$$

$$\boxed{F_1 = 1000x9,81x2,25x4,24 = 93625,5N \approx 94KN}$$

- Calcul de F_2 :

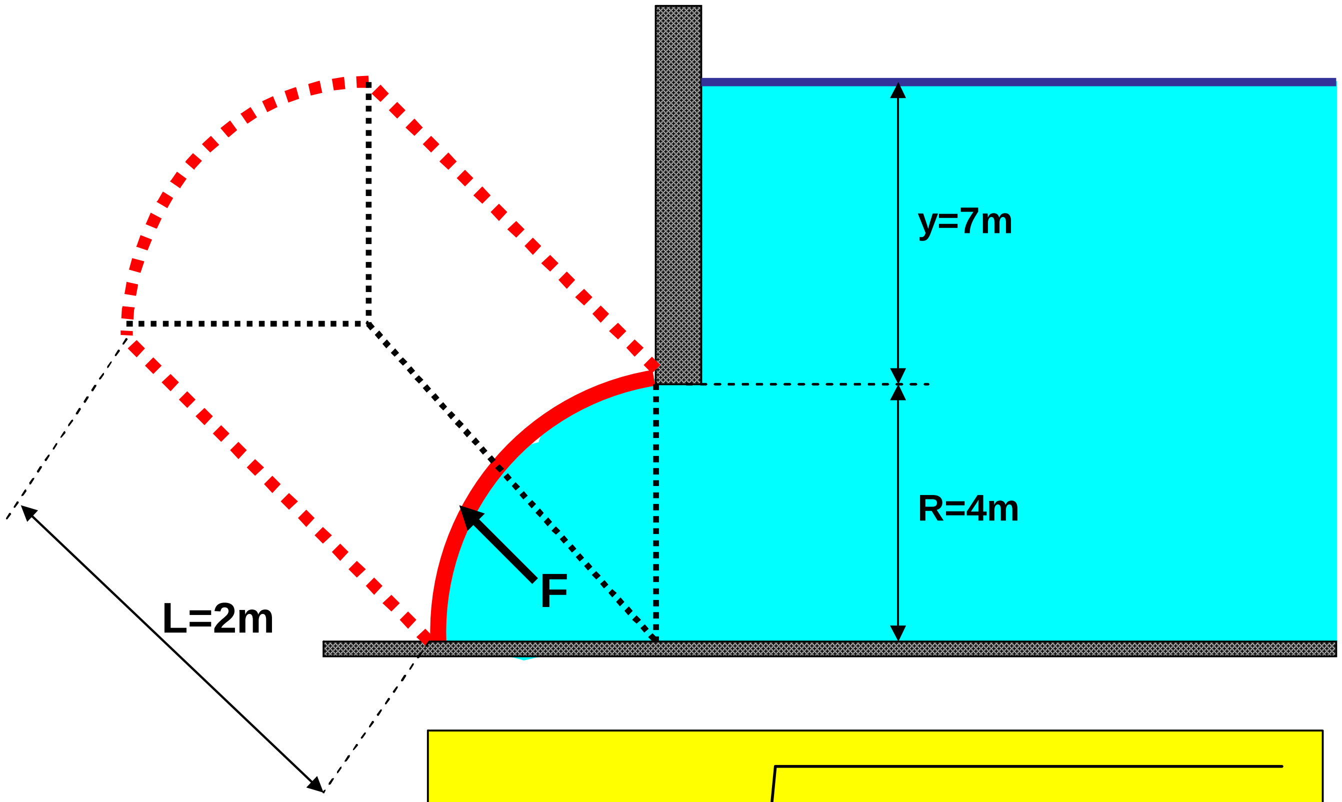
$$\boxed{F_2 = \rho_\omega g h_{c2} A} \left\{ \begin{array}{l} * \ h_{c2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{1,5}{2} = 0,75m \\ * \ A = b\dfrac{y}{\sin\alpha} = 2\dfrac{1,5}{\sin 45} = 4,24m^2 \end{array} \right.$$

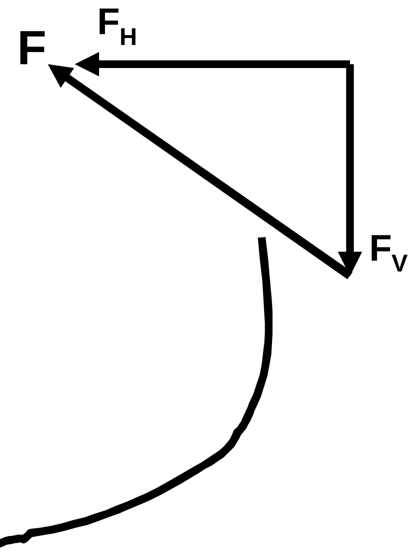
$$\boxed{F_1 = 1000 \ x 9,81 x 0,75 x 4,24 = 31208,5N \approx 31KN}$$

Et donc :

$$\boxed{F = F_1 - F_2 = 94 - 31 = 63KN}$$

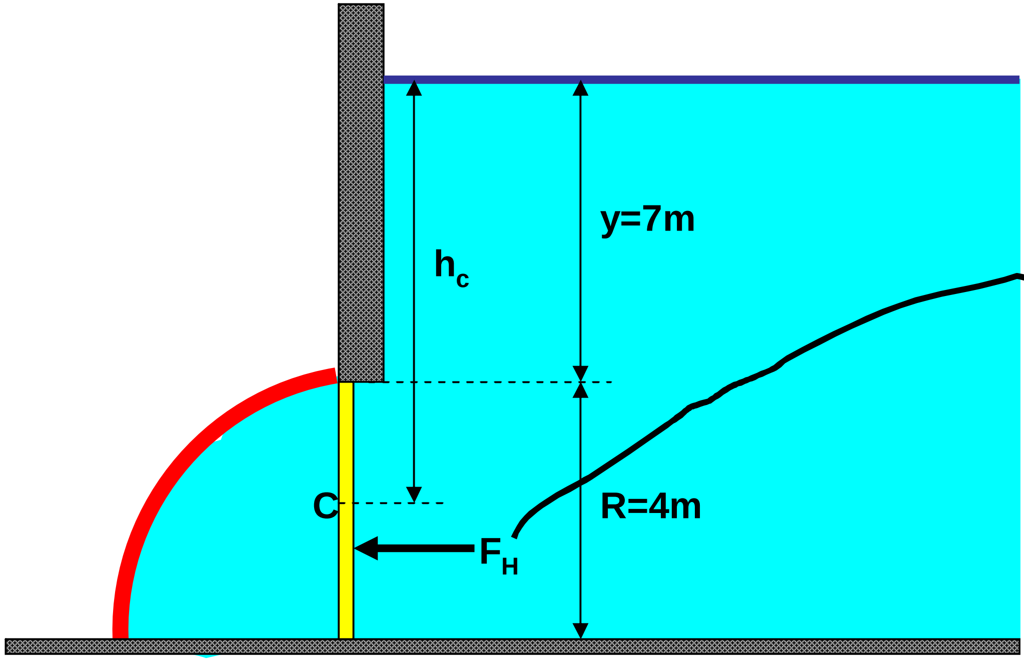
Force de pression sur une surface courbe





$$F = \sqrt{F_H^{\,2} + F_V^{\,2}}$$

- **Calcul de la composante horizontale :**



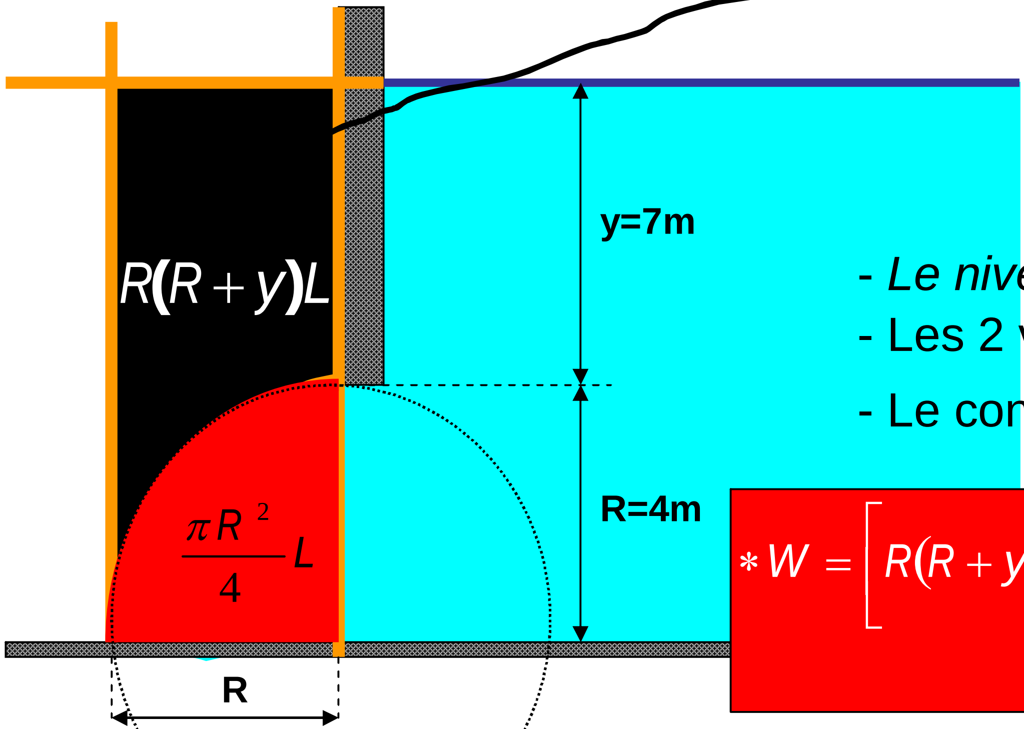
$$F_H = \rho_\omega g h_c A'$$

$$* \; h_c = \frac{R}{2} + y = \frac{4}{2} + 7 = 9m$$

$$* \; A' = RL = 4x2 = 8m^2$$

Ce qui donne : $\boxed{F_H = 10^3 x 9{,}814 x 9 x 8 = 706608N \approx 707KN}$

- Calcul de la composante verticale :



$$F_V = \rho_\omega g W$$

- *Le niveau de l'eau*
- Les 2 verticales des extrémités de la surface
- Le contour de la surface elle même

$$* W = \left[R(R+y) - \frac{\pi R^2}{4} \right] L = \left[4(4+7) - \frac{\pi x 4^2}{4} \right] 2 = 62{,}88 m^3$$

Ce qui donne : $F_H = 10^3 x 9{,}814 x 62{,}88 = 617104\ N \approx 617\ KN$

Et finalement :

$$F = \sqrt{F_H{}^2 + F_V{}^2} = \sqrt{707^2 + 617^2} \approx 938\ KN$$

B.- Dynamique des fluides

UN BREF RAPPEL ...

1.- Débit : $Q = AV$

3.- Nombre de Reynolds : $R_e = \dfrac{VD}{\upsilon}$

2.- Equation de Continuité : $Q = A_1V_1 = A_2V_2 = C^{ste}$

4.- Equation de Bernoulli :

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^{\,2}}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^{\,2}}{2g} + h_{w12}$$

5.- Perte de charge répartie :

$$h_r = \lambda \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

$$h_r = \frac{Q^2}{K^2} L$$

6.- Perte de charge singulière :

$$h_s = \zeta_s \frac{V^2}{2g}$$

- NOMBRE DE REYNOLDS ET EQUATION DE CONTINUITE

- **Soit un écoulement d'air de densité 1,2 kg/m^3 dans une conduite circulaire avec un débit massique de 7,2 kg/h .Le diamètre de la conduite est égal à 20 mm.**
- **a) Quelle est la vitesse d'écoulement de l'air dans la conduite ? L'écoulement est-il laminaire ou turbulent ?**

(la viscosité dynamique de l'air est de 1,8x10^{-5} kg/m s).

- **b)L'écoulement s'élargit ensuite dans une conduite lisse de diamètre plus grand , oû le nombre de Reynolds devient égal à 1000. Calculer alors la nouvelle vitesse d'écoulement dans cette conduite ?**

a) Calcul de la vitesse d'écoulement :

On sait que le débit massique s'écrit : $\boxed{Q_m = \rho Q = \rho A V}$

D'où :

$$V = \frac{Q_m}{\rho A} = \frac{Q_m}{\rho \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{\left(\frac{7{,}2}{3600}\right)}{1{,}2 \times \left(\frac{\pi}{4} 0{,}02^2\right)} = 5{,}31\, m/s$$

Le nombre de Reynolds est donc égal à :

$$\mathbf{Re} = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{1{,}2 \times 5{,}31 \times 0{,}02}{1{,}8 \times 10^{-5}} = 7080$$

R_e = **7080 > 2000 → Le régime est donc TURBULENT**

b) Calcul de la nouvelle vitesse d'écoulement :

Equation de Continuité (Débit massique) :

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

et comme $\rho_1 = \rho_2$

$$\Rightarrow \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \; \textbf{(} \textit{équation} \; \textbf{1)}$$

Nous avons aussi :

$$\mathbf{Re}_2 = \frac{\rho v_2 d_2}{\mu} = 1000 \quad \textbf{e}t \quad \mathbf{Re}_1 = \frac{\rho v_1 d_1}{\mu} = 7080$$

$$\Rightarrow \quad \frac{v_2 d_2}{1000} = \frac{v_1 d_1}{7080} \quad \Rightarrow \quad \frac{d_1}{d_2} = 7{,}08 \frac{v_2}{v_1} \; \textbf{(équation 2)}$$

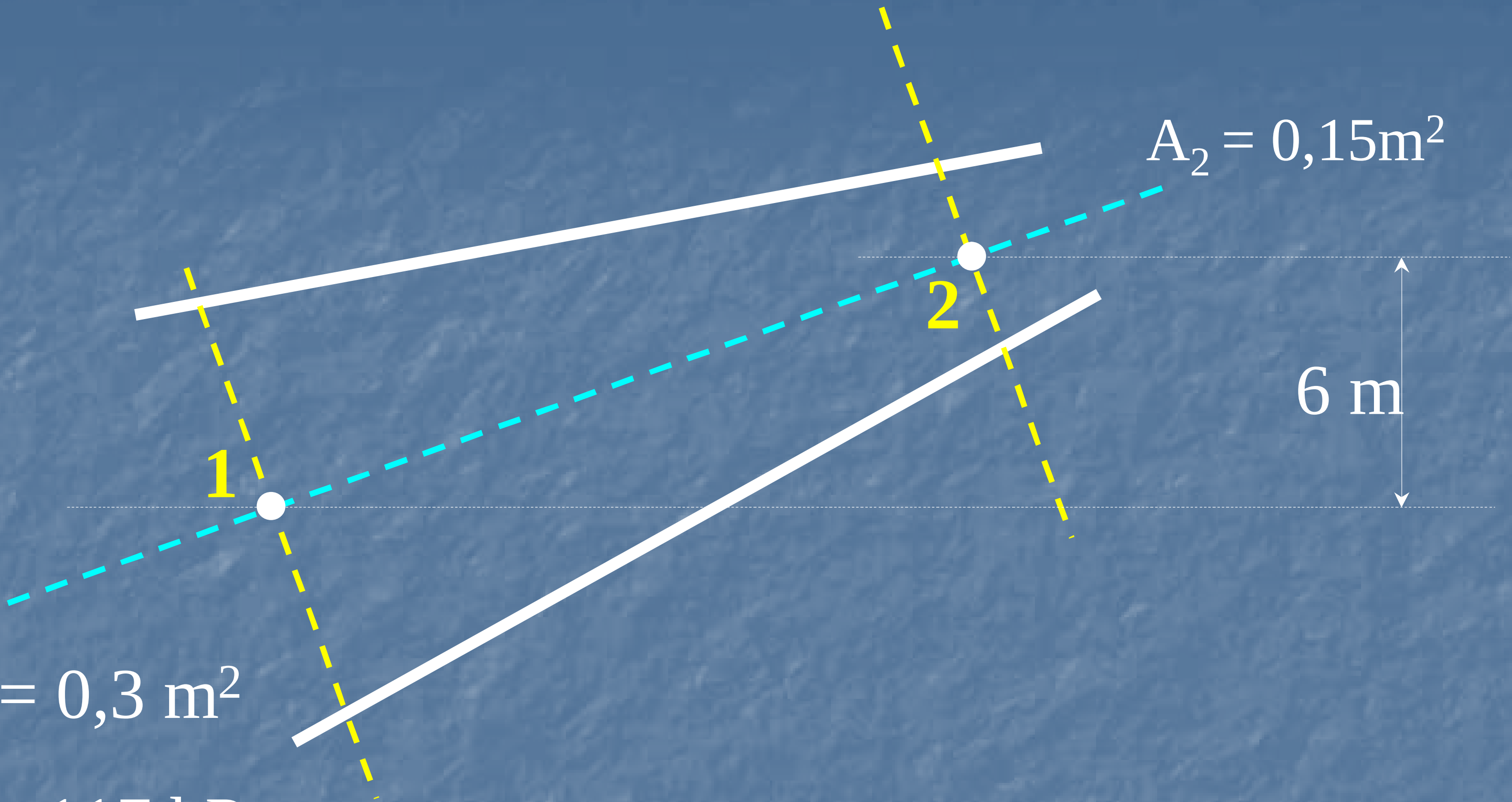
En Combinant les équations 1 et 2 :

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(7{,}08\,\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad v_2 = \frac{v_1}{7{,}08^2} = \frac{5{,}31}{7{,}08^2} = 0{,}106 \;\; m\,/\,s$$

- **EQUATION DE BERNOULLI (Exercice 1) :**

- Une conduite transporte de l'eau d'une section de 0,3 m^2 (point 1) à une section de 0,15 m^2 (point 2). Au point 1 la vitesse d'écoulement est de 1,8 m/s et la pression de 117 kPa. En supposant les pertes de charge négligeables , determiner la pression au point 2 se situant à 6 m au dessus du point 1.



$A_1 = 0,3\ m^2$

$P_1 = 117\ kPa$

$V_1 = 1,8\ m/s$

Appliquons le principe de continuité entre A et B :

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$$

$$\Rightarrow \quad V_2 = \frac{V_1 A_1}{A_2} = \frac{1{,}8 \times 0{,}3}{0{,}15} = 3{,}6\ m/s$$

Appliquons Bernouilli entre A et B (par rapport à A) :

$$\frac{P_1}{\rho_\omega g} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho_\omega g} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \quad P_2 = P_1 + \rho_\omega g(z_1 - z_2) + \tfrac{1}{2}\rho_\omega \left(V_1^2 - V_2^2\right)$$

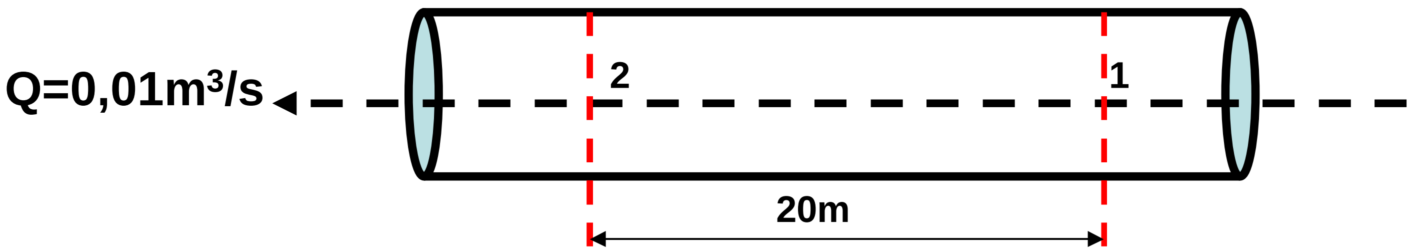
$$P_2 = 117 \times 10^3 + 1000 \times 9{,}81(0 - 6) + \tfrac{1}{2}1000\left(1{,}8^2 - 3{,}6^2\right)$$

$$= 53300\ N/m^2 = 53{,}3\ kPa$$

$$\boxed{P_2 = 53{,}3\ kPa}$$

- EQUATION DE BERNOULLI (Exercice 2) :

- **De l’eau s’écoule le long d’un tube horizontal avec un débit de 0,01 m³/s. Calculer la différence de pression entre deux points distants de 20 m l’un de l’autre. La section transversale du tube est de 800 mm² et le coefficient de frottement est de 0,005.**



Entre les 2 sections distantes de 20 m et par rapport à l’axe du tube , l’équation de Bernoulli donne **($Z_1=0$; $Z_2=0$; $V_1=V_2$**) :

$$\cancel{Z_1}+\frac{P_1}{\rho_\omega g}+\cancel{\frac{V_1^2}{2g}}=\cancel{Z_2}+\frac{P_2}{\rho_\omega g}+\cancel{\frac{V_2^2}{2g}}+h_\omega$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\rho_\omega g}-\frac{P_2}{\rho_\omega g}=h_\omega=h_r=\lambda\frac{L}{d}\frac{V^2}{2g}$$

- Calcul du diamètre du tube :

$$A = \pi \frac{d^2}{4} \Rightarrow d = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{800x10^{-6}}{3,14}} = 0,032m$$

- Calcul de la vitesse d'écoulement dans le tube :

$$Q = AV \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{0,01}{800x10^{-6}} = 12,5m/s$$

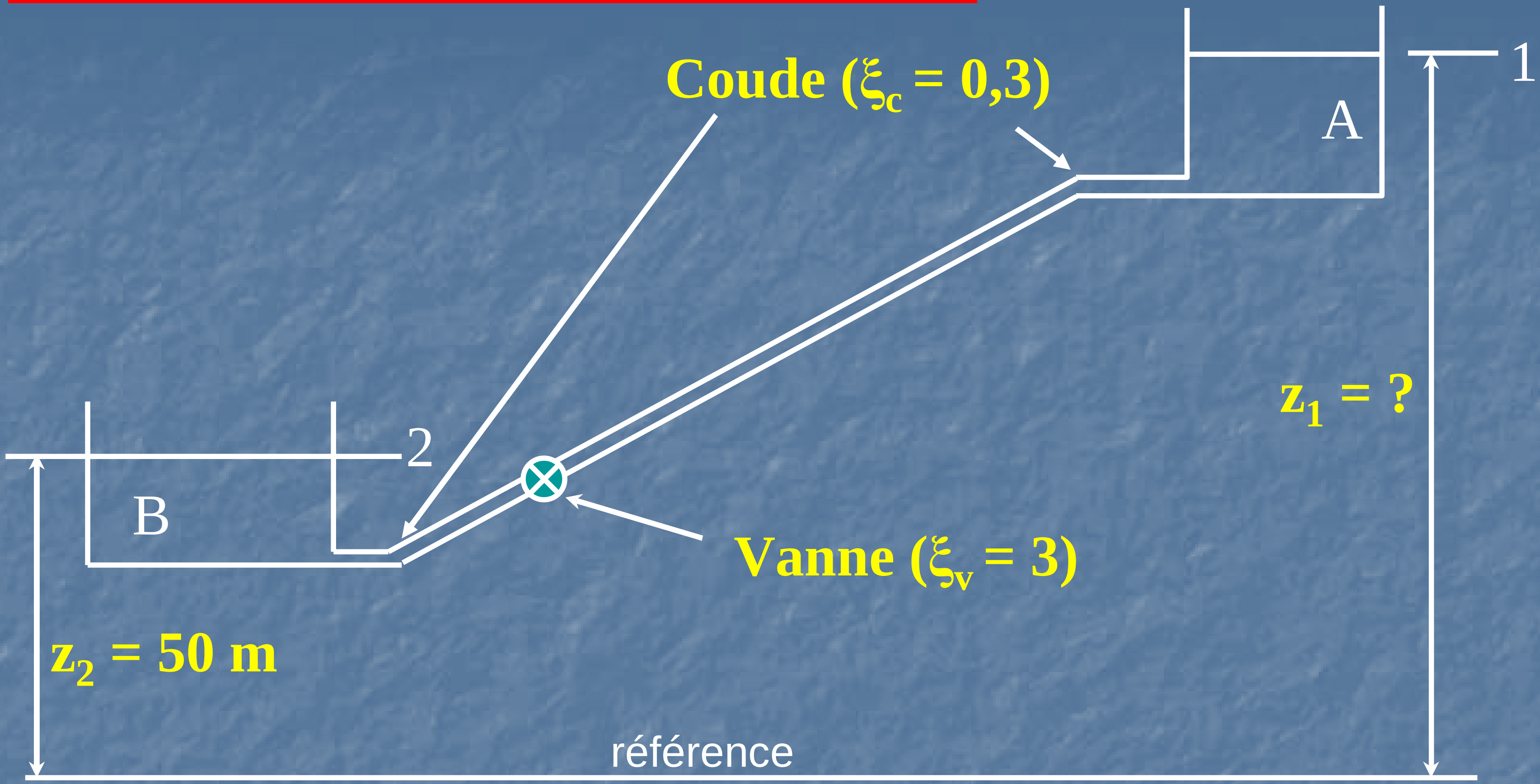
Et finalement :

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho_\omega g} = h_r = \lambda \frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = 0,005\frac{20}{0,032}\frac{12,5^2}{2x9,81} \approx 25m$$

Et donc la différence de pression :

$$\boxed{P_1 - P_2 = 25\rho_\omega g = 25x10^3 x9,81 = 245350N/m^2 = 245,4KN/m^2}$$

- **EQUATION DE BERNOULLI (Exercice 3) :**



- DONNEES
- **Longueur totale de la conduite = 10 km**
- **Diamètre de la conduite = 0,2 m**
- **Vitesse moyenne d'écoulement dans la conduite = 1 m/s**
- **Coefficient de frottement = 0,005**

Déterminer la hauteur Z_1 du niveau d'eau dans le réservoir A

L'équation de Bernoulli pour le problème de 2 réservoirs donne :

$$\boxed{H = Z_1 - Z_2 = h\omega \Rightarrow Z_1 = h\omega + Z_2}$$

Avec : $h_\omega = h_r + h_s$

$$h_r = \lambda \frac{L}{d}\frac{V^2}{2g} = 0{,}005\ x\ \frac{10000}{0{,}2}\ \frac{1^2}{2x9{,}81} = 12{,}74\,m$$

$$h_s = (\xi_{sor} + 2\xi_c + \xi_v + \xi_{en})\frac{V^2}{2g} = (1 + 2x0{,}3 + 3 + 0{,}5)\frac{1^2}{2x9{,}81} = 0{,}26m$$

Et donc :

$$\boxed{Z_1 = h\omega + Z_2 = 12{,}74 + 0{,}26 + 50 = 63m}$$