

Exercice 1

1. Test de Student, cas de 2 échantillons indépendants
- 2.

H_0 : les rendements des deux variétés diffèrent significativement au seuil de 5%

H_1 : les rendements des deux variétés ne diffèrent pas significativement au seuil de 5%

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$
$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{n-1}$$

Echantillon 1 (Nouvelle) : $n_1 = 6$; $\bar{x}_1 = 2.31$; $\sigma_1^2 = 0.05$

Echantillon 2 (Standard) : $n_2 = 10$; $\bar{x}_2 = 2.0$; $\sigma_2^2 = 0.04$

Test d'égalité des variances :

$$F_{cal} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{0,05}{0,04} \Rightarrow F_{cal} = 1.25 \quad F_{théo(5\%)} = 3.48$$

$F_{cal} < F_{théo} \Rightarrow$ les variances sont égales (Homogènes)

Test de comparaison des moyennes :

$$t_{cal} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)\sigma_1^2 + (n_2 - 1)\sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = 2.76$$

$$t_{théo(5\%)} = 2.145$$

$t_{cal} > t_{théo} \Rightarrow$ la différence observée entre les moyennes de rendement des deux variétés est significative au seuil de 5% (On rejette l'hypothèse nulle H_0). La nouvelle variété est donc recommandée.

Exercice 2

Test de Student, cas de deux échantillons appariés

H_0 : aucune différence significative n'est observée entre les deux méthodes au seuil de 5%

H_1 : la différence observée entre les deux méthodes est significative au seuil de 5% (test bilatéral)

Echantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Méthode 1	133	131	119	124	123	122	127	116	116	104	101	96	96	100	103
Méthode 2	129	132	121	124	124	122	131	116	118	101	104	97	93	97	99
d	4	-1	-2	0	-1	0	-4	0	-2	3	-3	-1	3	3	4

$$t_{cal} = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{\sigma_d^2}{n}}} \quad ; \quad \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = 0.20 \quad ; \quad \sigma_d^2 = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n d_i)^2}{n}}{n-1} =$$

6.74

$$\Rightarrow t_{cal} = \frac{0,20}{\sqrt{\frac{6,74}{15}}} \Rightarrow t_{cal} = 0.298$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ddl = n - 1 = 14 \\ \alpha = 0,05 \end{array} \right. \Rightarrow t_{théo} = 2,145$$

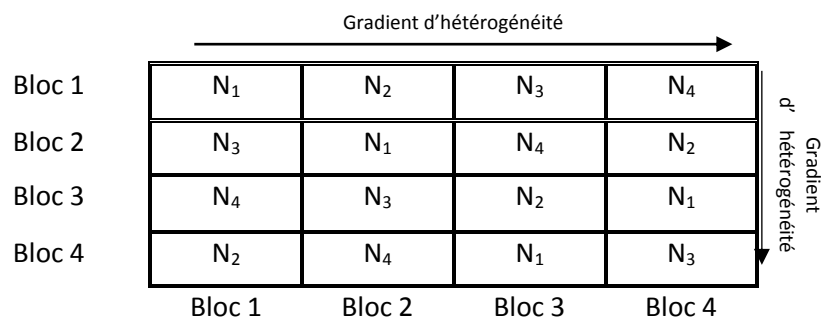
$t_{cal} < t_{théo} \Rightarrow$ la différence observée entre les deux méthodes est statistiquement non significative au seuil de 5% (On rejette l'hypothèse alternative H_1).

Exercice 3

Le dispositif en carré latin est employé lorsque l'expérimentation mise en jeu dispose un seul facteur étudié et 2 gradients d'hétérogénéités perpendiculaires.

- Chaque ligne et chaque colonne sont des blocs,
- La répartition des traitements dans chaque bloc est faite d'une façon aléatoire,
- Chaque traitement figure une seule fois par ligne et par colonne.

2/Schéma type du dispositif carré latin pour une expérience de fertilisation à un facteur comprenant quatre niveaux d'azote (N_1, N_2, N_3, N_4).



Exercice 4

- Analyse de la variance

Engrais	Répétitions			T _i	Moyennes
	Rep 1	Rep 2	Rep 3		
E1	12.2	12.5	13.5	38.2	12.7
E2	14.0	13.0	15.6	42.6	14.2
E3	18.1	21.3	17.8	57.2	19.1
E4	31.4	29.4	30.9	91.7	30.6
E5	41.5	39.6	38.7	119.8	39.9
G				349.5	

$$CF = \frac{G^2}{n} = \frac{(349.5)^2}{15} = 8143.35$$

$$SSTO = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} y_{ij}^2 - CF = [(12.2)^2 + \dots + (38.7)^2] - 8143.35 = 1643.72$$

$$SST = \sum_{j=1}^t \frac{T_j^2}{r_j} - CF = [(38.2)^2 + \dots + (119.8)^2] - 8143.35 = 1625.57$$

$$SSE = SSTO - SST = 1643.72 - 1625.57 = 18.14$$

$$MST = SST/4 = 406.39$$

$$MSE = SSE/10 = 1.81$$

$$F_{cal} = MST/MSE = 223.94$$

SV	df	SS	MS	F _{cal}	F _{théo (5%)}
Traitement	4	1625.57	406.39	223.94*	3.48
Erreur	10	18.14	1.81		
Total	14	1643.72			

$$\begin{cases} ddl_T = 4 \\ ddl_E = 10 \\ \alpha = 5\% \end{cases} \Rightarrow F_{théo(5\%)} = 3.48$$

$F_{cal} > F_{théo} \Rightarrow$ Il existe une différence significative entre les traitements étudiés. Donc les quatre engrais agissent différemment sur le rendement de la culture de blé.

$$CV (\%) = \frac{\sqrt{MSE}}{Moyenne} \times 100$$

$$Moyenne générale = \frac{G}{n} = \frac{349.5}{15} = 23.3$$

$$CV (\%) = \frac{\sqrt{1.81}}{23.3} \times 100 = 5.77 \%$$

- Comparaison des moyennes :

$$\Delta_{NK} = Q \sqrt{\frac{MSE}{r}} \quad \begin{cases} k = 5 \\ ddl_E = 10 \\ \alpha = 5\% \end{cases} \Rightarrow Q = 4.65 \quad \begin{cases} r = 3 \\ MSE = 1.81 \end{cases}$$

$$\Delta_{NK} = 4.65 \sqrt{\frac{1.81}{3}} \Rightarrow \Delta_{NK} = 3.61$$

	E1	E2	E3	E4	E5
E1	-	NS	S	S	S
E2		-	S	S	S
E3			-	S	S
E4				-	S
E5					-

Exercice 5

SV	df	SS	MS	F _{cal}	F _{théo (5%)}
Traitement	1	1040.4	1040.4	76.21*	5.32
Erreur	8	109.2	13.65		
Total	9	1149.6			

$$\begin{cases} ddl_T = 1 \\ ddl_E = 8 \\ \alpha = 5\% \end{cases} \Rightarrow F_{théo(5\%)} = 5.32$$

$F_{cal} > F_{théo} \Rightarrow$ Il existe une différence significative entre les traitements étudiés.

$$CV (\%) = \frac{\sqrt{MSE}}{Moyenne} \times 100$$

$$Moyenne\ générale = \frac{G}{n} = \frac{262}{10} = 26.2$$

$$CV (\%) = \frac{\sqrt{13.65}}{26.2} \times 100 = 14.10 \%$$

NB : les calculs se font de la même façon que l'exercice 4

Exercice 6

1. Analyse de la variance

- But : étudier l'efficacité de 5 herbicides sur une culture de lentille
- Dispositif : Blocs complètement randomisé (DBCR)
- Facteur étudié : Herbicide
- Traitements : H1, H2, H3 ; H4, H5 (t = 5)
- Trois blocs (r=3)
- Quinze unités expérimentales (n=t*r=15)

Herbicides	Répétitions			T _i	Moyennes
	Rep1	Rep2	Rep3		
H1	4.5	3.4	4.9	12.8	4.27
H2	5.6	4.0	7.5	17.1	5.70
H3	11.8	10.2	12.4	34.4	11.47
H4	13.1	12.0	11.1	36.2	12.07
H5	5.5	6.4	6.3	18.2	6.07
R _j	40.5	36	42.2		
G				118.7	

$$CF = \frac{G^2}{n} = \frac{(118.7)^2}{15} = 939.31$$

$$SSTO = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} y_{ij}^2 - CF = [(4.5)^2 + \dots + (6.3)^2] - 939.31 = 166.87$$

$$SSR = \sum_{j=1}^r \frac{R_j^2}{t} - CF = [(40.5)^2 + (36)^2 + (42.2)^2] - 939.31 = 4.10$$

$$SST = \sum_{i=1}^t \frac{T_i^2}{r_i} - CF = [(12.8)^2 + \dots + (18.2)^2] - 939.31 = 154.45$$

$$SSE = SSTO - SST - SSR = 8.32$$

$$MSR = SSR/2 = 2.05$$

$$MST = SST/4 = 38.61$$

$$MSE = SSE/8 = 1.04$$

$$F_{cal} = MST/MSE = 37.12$$

SV	df	SS	MS	F _{cal}	F _{théo (5%)}
Bloc	2	4.10	2.05	1.97	///
Traitement	4	154.45	38.61	37.12*	3.84
Erreur	8	8.32	1.04	///	///
Total	14	166.87	///	///	///

$$\begin{cases} ddl_T = 4 \\ ddl_E = 8 \\ \alpha = 5\% \end{cases} \Rightarrow F_{théo(5\%)} = 3.84$$

$F_{cal} > F_{théo} \Rightarrow$ Il existe une différence significative entre les traitements étudiés.

$$CV (\%) = \frac{\sqrt{MSE}}{Moyenne} \times 100 \quad \text{Moyenne générale} = \frac{G}{n} = \frac{118.7}{15} = 7.91$$

$$CV (\%) = \frac{\sqrt{1.04}}{7.91} \times 100 = 12.89 \%$$

2. Comparaison des moyennes : (test de Newman-Keuls au lieu de la PPDS)

$$\Delta_{NK} = Q \sqrt{\frac{MSE}{r}} \quad \begin{cases} k = 5 \\ ddl_E = 8 \\ \alpha = 5\% \end{cases} \Rightarrow Q = 4.89 \quad \begin{cases} r = 3 \\ MSE = 1.04 \end{cases}$$

$$\Delta_{NK} = 4.89 \sqrt{\frac{1.04}{3}} \Rightarrow \Delta_{NK} = 2.87$$

	H1	H2	H3	H4	H5
H1	-	NS	S	S	NS
H2		-	S	NS	S
H3			-	NS	S
H4				-	S
H5					-

Exercice 8

- But : étudier l'influence de la date de semis et l'espacement entre les rangs sur le rendement d'une variété de blé
 - Dispositif : factoriel en blocs complètement randomisé (DFBCR)
 - Facteur A : date de semis (a = 2)
 - Facteur B : espacement entre les rangs (b = 4)
 - Trois blocs (r=3)
 - Huit traitements (t=ab=8)
 - Vingt-quatre unités expérimentales (n=rab=24)
- Analyse de la variance du DFBCR

Traitements	Rep1	Rep2	Rep3	T _{ij}	Moyennes
D_1S_1	2.41	2.31	1.45	6.17	2.06
D_1S_2	2.97	2.61	2.36	7.94	2.65
D_1S_3	3.14	2.61	2.58	8.33	2.78
D_1S_4	3.88	2.79	2.58	9.25	3.08
D_2S_1	2.53	2.16	2.86	7.55	2.52
D_2S_2	3.88	2.47	2.68	9.03	3.01
D_2S_3	3.64	2.75	2.48	8.87	2.96
D_2S_4	4.05	3.54	2.66	10.25	3.42
R_k	26.5	21.24	19.65	G=67.39	

$$CF = \frac{G^2}{n} = \frac{(67.39)^2}{24} = 189.22$$

$$SSTO = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r y_{ijk}^2 - CF = [(2.41)^2 + \dots + (2.66)^2] - 189.22 = 8.60$$

$$SSR = \sum_{k=1}^r \frac{R_k^2}{ab} - CF = [(26.5)^2 + \dots + (19.65)^2] - 189.22 = 3.21$$

$$SST = \frac{\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b T_{ij}^2}{r} - CF = [(6.17)^2 + \dots + (10.25)^2] - 189.22 = 3.55$$

$$SSE = SSTO - SST - SSR = 1.83$$

Il existe une différence significative entre les traitements étudiés au seuil de 5% ($3.84 > 2.76$).

*Décomposition de l'effet 'traitement' sur facteur A (date de semis), facteur B (espacement) et leur interaction :

Espacement	Date de semis		B _j
	D1	D2	
S1	6.17	7.55	13.72
S2	7.94	9.03	16.97
S3	8.33	8.87	17.2
S4	9.25	10.25	19.5
A _i	31.69	35.7	

$$SSA = \frac{\sum_{i=1}^b A_i^2}{rb} - CF = [(31.69)^2 + (35.7)^2] - 189.22 = 0.67$$

$$SSB = \frac{\sum_{j=1}^a B_j^2}{ra} - CF = [(13.72)^2 + \dots + (19.5)^2] - 189.22 = 2.82$$

$$SSAB = SST - SSA - SSB = 0.06$$

$$MSR = SSR/2 = 1.60$$

$$MST = SST/4 = 0.50$$

$$MSA = SSA/1 = 0.67$$

$$MSB = SSB/3 = 0.94$$

$$MSAB = SSAB/3 = 0.02$$

$$MSE = SSE/14 = 0.13$$

$$F_{cal} = MST/MSE = 3.84$$

$$F_{cal} = MSA/MSE = 5.11$$

$$F_{cal} = MSB/MSE = 7.19$$

$$F_{cal} = MSAB/MSE = 0.15$$

Source de variation	df	SS	MS	F _{cal}	F _{théo (5%)}
Répétition	2	3.21	1.60	12.27	///
Traitement	7	3.55	0.50	3.84*	2.76
Facteur A	1	0.67	0.67	5.11*	4.60
Facteur B	3	2.82	0.94	7.19*	3.34
A*B	3	0.06	0.02	0.15 ^{ns}	3.34
Erreur	14	1.83	0.13	///	///
Totale	23	8.60	///	///	///

Les différences observées entre les dates ainsi que celles entre les espacements entre les rangs sont significatives ($5.11 > 4.60$ et $7.19 > 3.34$) au seuil de 5%, alors que l'interaction 'Date*Espacement' est non significative ($0.15 < 3.34$).

$$CV (\%) = \frac{\sqrt{MSE}}{Moyenne} \times 100$$

$$Moyenne\ générale = \frac{G}{n} = \frac{67.39}{24} = 2.80$$

$$CV (\%) = \frac{\sqrt{0.13}}{2.80} \times 100 = 12.88 \%$$

3. Comparaison des traitements

$$\Delta_{NK} = Q \sqrt{\frac{MSE}{r}} \quad \left\{ \begin{array}{l} k = 8 \\ ddl_E = 14 \\ \alpha = 5\% \end{array} \right. \Rightarrow Q = 4.99 \quad \left\{ \begin{array}{l} r = 3 \\ MSE = 0.13 \end{array} \right.$$

$$\Delta_{NK} = 4.99 \sqrt{\frac{0.13}{3}} \Rightarrow \Delta_{NK} = 1.03$$

	D_1S_1	D_1S_2	D_1S_3	D_1S_4	D_2S_1	D_2S_2	D_2S_3	D_2S_4
D_1S_1	-	NS	NS	NS	NS	NS	NS	S
D_1S_2		-	NS	NS	NS	NS	NS	NS
D_1S_3			-	NS	NS	NS	NS	NS
D_1S_4				-	NS	NS	NS	NS
D_2S_1					-	NS	NS	NS
D_2S_2						-	NS	NS
D_2S_3							-	NS
D_2S_4								-

Exercice 9

1. Tableau d'analyse de la variance

Source de variation	ddl	SCE	CM	F_{cal}	$F_{théo} (5\%)$
Répétition	3	1002	334		///
Variété	7	34741	4963	24.82*	2.14
Régime	2	46518	23259	116.30*	3.13
Variété*Régime	14	2011	143.64	0.72 ^{ns}	1.84
Erreur	69	13800	200	///	///
Totale	95	98072	///	///	///

2. Il existe une différence significative entre les variétés de tomate étudiées au seuil de 5% (24.82 > 2.14) ;

Il existe une différence significative entre les régimes d'irrigation appliqués au seuil de 5% (116.30 > 3.13) ;

L'interaction des deux facteurs étudiés (variété et régime) est statistiquement non significative au seuil de 5% (0.72 < 1.84).

3. Coefficient de variation

$$CV (\%) = \frac{\sqrt{MSE}}{Moyenne} \times 100$$

$$CV (\%) = \frac{\sqrt{200}}{127} \times 100 = 11.13 \%$$