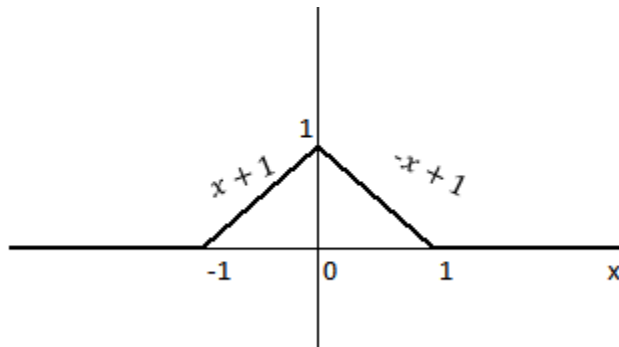


Exercice 1 :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -1 \\ x + 1 & \text{si } -1 < x \leq 0 \\ -x + 1 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

1) Représentation graphique :

Le domaine de définition $D_f = \mathbb{R}$ 

2)

L'espérance mathématique $E(x)$

$$\begin{aligned} E(x) &= \int_D x f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = 0 + \int_{-1}^0 x(x+1) dx + \int_0^1 x(-x+1) dx + 0 \\ &= \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^0 + \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

Il est clair d'après la courbe que $E(x) = 0$ **La variance et l'écart-type**

$$\begin{aligned} V(x) &= \int_D x^2 f(x) dx - [E(x)]^2 = \left[\int_{-1}^0 x^2(x+1) dx + \int_0^1 x^2(-x+1) dx \right] - 0 \\ &= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^0 + \left(-\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \\ \sigma(x) &= \sqrt{V(x)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \end{aligned}$$

Exercice 2 :

Sont demandés : effectifs cumulés, , moyenne arithmétique , mode, médiane, étendue, variance, écart-type.

ai	10	10	5	5	5	10	10	
Masse de l'œuf	27.5 – 37.5	37.5 – 47.5	47.5 – 52.5	52.5 – 57.5	57.5 – 62.5	62.5 – 72.5	72.5 – 82.5	Σ
Nombre d'œufs	3	51	74	112	92	62	6	400
N↑	3	54	128	240	332	394	400	
N↓	400	397	346	272	160	68	6	
ci	32,5	42,5	50	55	60	67,5	77,5	
ni ci	97,5	2167,5	3700	6160	5520	4185	465	22295

L'étendue

$$E = x_{max} - x_{min} = 82,5 - 27,5 = 55$$

Le mode

Sans calculer l'effectif corrigé, et en regardant les amplitudes des classes, on remarque que les classes 3,4 et 5 ont la même amplitude (5 la plus petite), et l'effectif maximal correspond à la classe n° 4, alors $Mo \in [52.5 - 57.5 [$

$$Mo = l_1 + \frac{n_i - n_{i-1}}{2n_i - (n_{i-1} + n_{i+1})} (l_2 - l_1), \quad \text{avec } Mo \in [52.5 - 57.5[$$

$$Mo = 52.5 + \left[\frac{(112 - 74)}{2 \times 112 - (74 + 92)} \right] 5 = 55,78$$

La médiane

$$Me \equiv \frac{N}{2} \equiv 200 \Rightarrow Me \in [52.5 - 57.5 [$$

$$Me = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{n_0} \left(\frac{N}{2} - F \uparrow \right) \Rightarrow Me = 52,5 + \frac{5}{112} (200 - 128) = 55,71$$

La moyenne

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i c_i}{N} = \frac{3 \times 32.5 + \dots + 6 \times 77.5}{400} = 55,7375$$

La variance et l'écart-type

$$\begin{aligned} V(x) &= \frac{\sum n_i c_i^2}{N} - \bar{x}^2 \\ &= \frac{3 \times (32.5)^2 + \dots + 6 \times (77.5)^2}{400} - (55,7375)^2 = 65,29 \end{aligned}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = 8,08$$

Exercice 3:

Une étude sur le budget consacré aux vacances d'été auprès de ménages a donné les résultats suivants

Budget X	Fréquence cumulée	Fréquences	c_i
[800, 1000[0.08	0,08	900
[1000, 1400[0.18	0,1	1200
[1400, 1600[0.34	0,16	1500
[1600, β [0.64	0,3	$(1600 + \beta)/2$
[β , 2400[0.73	0,09	$(\beta + 2400)/2$
[2400, $\alpha = 4000$ [1	0,27	3200

Le travail demandé :

- Certaines données sont manquantes. Calculer la borne manquante α sachant que l'étendue de la série est égale à 3200.

$$E = x_{\max} - x_{\min} = \alpha - 800 = 3200 \Rightarrow \alpha = 3200 + 800 = 4000$$

- Calculer les fréquences dans le tableau.
- Calculer la borne manquante β dans le cas suivant :

Le budget moyen est égal à 1995.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum n_i c_i}{N} = f_i c_i \\ \bar{x} &= 0,08(900) + 0,1(1200) + 0,16(1500) + \frac{0,3(1600 + \beta)}{2} + \frac{0,09(\beta + 2400)}{2} + 0,27(3200) \\ &= 1995 \\ &\Rightarrow \frac{(0,3 + 0,09)\beta}{2} \\ &= 1995 \\ &- [0,08(900) + 0,1(1200) + 0,16(1500) + 0,3(800) + 0,09(1200) \\ &+ 0,27(3200)] = 351 \end{aligned}$$

$$\beta = 351 \times \frac{2}{(0,3 + 0,09)} = 1800$$