Université El Bachir El Ibrahimi BBA
Faculté des SNV-STU
3 ème année Biochimie

2023/2024
Matière: Biostatistiques
Dr. S LABIDI

Corrigé type

Exercice 1 :

Dans ces Q.C.M., il suffit d'indiquer, pour chaque question posée parmi les propositions de l'énoncé, celle(s) qui est (sont) correcte(s) et de justifier vos réponses.

1°) A et B sont incompatibles et $P(A) = P(B) = 0,2$.

a) Alors, $P(A \cup B)$ est égal à : ☐$0,4$ 1

b) Alors, $P(A \cap B)$ est égal à : ☐0 1

2°) On lance 3 fois une même pièce de monnaie et on note, à chaque fois, la face obtenue.

a) Le nombre de possibilités est : ☐8 1

b) La probabilité d'obtenir au moins 2 fois "pile" est : ☐$\frac{1}{2}$, ☐$1 - \frac{1}{2}$ 2

3°) On lance simultanément 3 pièces de monnaie et on note A l'événement : "On obtient au moins une fois "pile"". L'événement contraire est : ☐ "On n'obtient jamais "pile"" ☐ "On n'obtient que des "faces"" 2

4°) Un joueur lance 2 dés parfaitement équilibrés, quelle est la probabilité que la somme de ces 2 dés soit égale à 9 ? ☐ Une chance sur 9 1

Exercice 2 :

1/ La probabilité de trouver la fabrication de la Machine M_1 c'est : $P(M_1) = 70\% = 0.70$. 1

2/ La probabilité de trouver la fabrication de la Machine M_2 c'est : $P(M_2) = 10\% = 0.10$ 1

3/ La probabilité de trouver la fabrication de la Machine M_3 c'est : $P(M3) = 20\% = 0.20$ 1

4/ L'évenement $(D|M_1)$ signifier que de trouver une pièce défectueuse (D) sachant qu'il est tirer du machine M_1, alors la probabilité qui verifier par cette événement c'est :

$$P(D|M_1) = \frac{\text{Card}(D \cap M_1)}{\text{Card}(M_1} = 2\% = 0.02.$$ 0,5

5/ L'événement $(D|M_2)$ signifier que de trouver une pièce défectueuse (D) sachant qu'il est tirer du machine M_2, alors la proba qui verifier par cette évenement c'est :

$$P(D|M_2) = \frac{\text{Card }(D \cap M_2)}{\text{Card}(M_2)} = 5\% = 0.05.$$ 0,5

6/ L'événement $(D|M_1)$ signifier que de trouver une pièce défectueuse (D) sachant qu'il est tirer du machine M3, alors la proba qui verifier par cette évenement c'est

$$P(D|M_3) = \frac{\text{Card }(D \cap M_3)}{\text{Card}(M_3)} = 1\% = 0.01.$$ 0,5

7/ On tire au hazard une pièce défectueuse (D),

a) on calcul qu'elle est provienne de la machine M_1 : c'est évènement $\{(M_1|D)$ évenement à postérioré$\}$; alors d'aprés la formule de Bayes on trouve

1

$$\begin{aligned} P(M_1|D) &= \frac{P(D|M_1)P(M_1)}{P(D|M_1)P(M_1) + P(D|M_2)P(M_2) + P(D|M_3)P(M_3)} \\ &= \frac{0.02 \times 0.70}{0.02 \times 0.70 + 0.05 \times 0.10 + 0.01 \times 0.20} = 0.666 = 66.6\% \end{aligned}$$

b) On tire au hazard une pièce défectueuse (D), on calcul qu'elle est provienne de la machine M_2 : c'est l'évènement $\{ (M_2|D)$ évenement à postérioré $\}$; alors d'aprés la formule de Bayes on trouve :

1

$$\begin{aligned} P(M_2|D) &= \frac{P(D|M_2)P(M_2)}{P(D|M_2)P(M_2) + P(D|M_1)P(M_1) + P(D|M_3)P(M_3)} \\ &= \frac{0.05 \times 0.10}{0.05 \times 0.10 + 0.02 \times 0.70 + 0.01 \times 0.20} = 0.238 = 23.8\% \end{aligned}$$

c) On tire au hazard une pièce défectueuse (D), on calcul qu'elle est provienne de la machine M_3 : c'est l'évènement $\{ (M_3|D)$ évenement à postérioré$\}$, alors d'aprés la formule de Bayes on trouve :

1

$$\begin{aligned} P(M_3|D) &= \frac{P(D|M_3)P(M_3)}{P(D|M_3)P(M_3) + P(D|M_1)P(M_1) + P(D|M_3)P(M_3)} \\ &= \frac{0.01 \times 0.20}{0.05 \times 0.10 + 0.02 \times 0.70 + 0.01 \times 0.20} = 0.096 = 9.6\% \end{aligned}$$

(2ème méthode : *On sait que : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
Alors même formule pour la loi de Bayes :
$P(M_3|D) = 1 - (P(M_1|D) + P(M_2|D)) = 1 - (0.666 + 0.238) = 0.096)$

Exercice 3 :

Exercice 4 :

Détermination de la constante K :

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 &\Longleftrightarrow \int_0^3 k(3-x)dx = 1\\ &\Longleftrightarrow K(3\int_0^3 dx - 3\int_0^3 xdx) = 1\\ &\Longleftrightarrow k(3\times 3 - [\frac{x^2}{2}]_0^3) = 1\\ &\Longleftrightarrow K\times\frac{9}{2} = 1\\ &\Longleftrightarrow K = \frac{2}{9}\end{aligned}$$

1

fonction de répartition $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 1\\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}x^2, & \text{si } 0 \leq x \leq 3\\ 1, & \text{si } x \geq 3\end{cases}$

1

Espérance mathématique :

$$\begin{aligned}E(X) =& \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx\\ =&\frac{2}{9}\int_{-\infty}^{+\infty}(3x - x^2dx)\\ =&\frac{2}{9}(3[\frac{x^2}{2}]_0^3 - \frac{x^3}{3}]_0^3)\\ =&\frac{2}{9}(3\times\frac{9}{2} - \frac{27}{3})\\ =&3-2=1.\end{aligned}$$

1

Variance : $Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

$$\begin{aligned}E(X^2) =& \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx\\ =&\frac{2}{9}\int_0^3 x^2(3-x)dx\\ =&\frac{2}{9}\int_0^3 3x^2 - \int_0^3 (x^3)dx\\ =&\frac{2}{9}(3[\frac{x^3}{3}]_0^3 - ([\frac{x^4}{4}]_0^3))\\ =&\frac{2}{9}(3\times 9 - \frac{81}{4}) = 6 - \frac{9}{2} = 1.5\end{aligned}$$

1,5

Donc

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 1.5 - 1 = 0.5$$

Consultation le 25/01/2024 à 09h:00 SC 4.01