Université El Bachir El Ibrahimi BBA
Faculté des SNV-STU
3 ème anné toxicologie

2023/2024
Matière: Biostatistiques
Dr. S LABIDI

Corrigé type

Exercice 1 :

On a mesuré le nombre de pulsations cardiaques chez les 50 malades du service de cardiologie.

(1) - La population : les malades 0,5
- Le caractère étudié : le nombre de pulsations cardiaques par minute 0,5

- La nature : discret. 0,5

(2) Le tableau 5

$x_i =$	n_i	$n_i^c \uparrow$	$n_i^c \downarrow$	f_i	$f_i^c \uparrow$	$f_i^c \downarrow$
70	5	5	50	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	1
80	10	15	45	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{9}{10}$
90	15	30	35	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$
100	20	50	20	$\frac{2}{5}$	1	$\frac{2}{5}$

(3) - Le mode (Mo) : est la valeur X_i ayant le plus grand effectif

$$Mo = 100.$$ 1

- La moyenne ($\bar{\mathbf{x}}$) 1

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{4} n_i x_i \\ &= \frac{1}{50}(5\times 70 + 10\times 80 + 15\times 90 + 20\times 100) = \frac{4500}{50} \\ &= 90.\end{aligned}$$

- La médiane (Me)
On a $n = 50$ est pair, alors 1

$$\begin{aligned}Me &= \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} \quad (0.25pt) \\ &= \frac{x_{25} + x_{26}}{2} = \frac{90+90}{2} \\ &= 90.\end{aligned}$$

Exercice 2 : 1/

La probabilité de trouver la fabrication de la Machine M_1 c'est : $P(M_1) = 70\% = 0.70$. 0,5

2/ **La probabilité de trouver la fabrication de la Machine M_2 c'est :** $P(M_2) = 10\% = 0.10$ 0,5

3/ **La probabilité de trouver la fabrication de la Machine M_3 c'est :** $P(M3) = 20\% = 0.20$ 0,5

4/ **L'évenement $(D|M_1)$ signifier que de trouver une pièce défectueuse (D) sachant qu'il est tirer du machine M_1, alors la probabilité qui verifier par cette événement c'est :**

$$P(D|M_1) = \frac{\text{Card}(D \cap M_1)}{\text{Card}(M_1} = 2\% = 0.02.$$

0,5

5/ **L'événement $(D|M_2)$ signifier que de trouver une pièce défectueuse (D) sachant qu'il est tirer du machine M_2, alors la proba qui verifier par cette évenement c'est :**

$$P(D|M_2) = \frac{\text{Card }(D \cap M_2)}{\text{Card}(M_2)} = 5\% = 0.05.$$

0,5

6/ **L'événement $(D|M_1)$ signifier que de trouver une pièce défectueuse (D) sachant qu'il est tirer du machine M3, alors la proba qui verifier par cette évenement c'est**

$$P(D|M_3) = \frac{\text{Card }(D \cap M_3)}{\text{Card}(M_3)} = 1\% = 0.01.$$

0,5

7/ **On tire au hazard une pièce défectueuse (D),**

a) **on calcul qu'elle est provienne de la machine M_1 : c'est évènement $\{(M_1|D)$ évenement à postérioré$\}$; alors d'aprés la formule de Bayes on trouve**

1

$$\begin{aligned} P(M_1|D) &= \frac{P(D|M_1)P(M_1)}{P(D|M_1)P(M_1) + P(D|M_2)P(M_2) + P(D|M_3)P(M_3)} \\ &= \frac{0.02 \times 0.70}{0.02 \times 0.70 + 0.05 \times 0.10 + 0.01 \times 0.20} = 0.666 = 66.6\% \end{aligned}$$

b) **On tire au hazard une pièce défectueuse (D), on calcul qu'elle est provienne de la machine M_2 : c'est l'évènement $\{$ $(M_2|D)$ évenement à postérioré $\}$; alors d'aprés la formule de Bayes on trouve :**

1

$$\begin{aligned} P(M_2|D) &= \frac{P(D|M_2)P(M_2)}{P(D|M_2)P(M_2) + P(D|M_1)P(M_1) + P(D|M_3)P(M_3)} \\ &= \frac{0.05 \times 0.10}{0.05 \times 0.10 + 0.02 \times 0.70 + 0.01 \times 0.20} = 0.238 = 23.8\% \end{aligned}$$

c) **On tire au hazard une pièce défectueuse (D), on calcul qu'elle est provienne de la machine M_3 : c'est l'évènement $\{$ $(M_3|D)$ évenement à postérioré$\}$,**

alors d'aprés la formule de Bayes on trouve :

1

$$P(M_3|D) = \frac{P(D|M_3)P(M_3)}{P(D|M_3)P(M_3) + P(D|M_1)P(M_1) + P(D|M_3)P(M_3)}$$
$$= \frac{0.01 \times 0.20}{0.05 \times 0.10 + 0.02 \times 0.70 + 0.01 \times 0.20} = 0.096 = 9.6\%$$

(2ème méthode : *On sait que : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
Alors même formule pour la loi de Bayes :
$P(M_3|D) = 1 - (P(M_1|D) + P(M_2|D)) = 1 - (0.666 + 0.238) = 0.096)$

Exercice 3 :

Détermination de la constante K **:**

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Longleftrightarrow \int_0^3 k(3-x)dx = 1$$
$$\Longleftrightarrow K(3\int_0^3 dx - 3\int_0^3 xdx) = 1$$
$$\Longleftrightarrow k(3 \times 3 - [\frac{x^2}{2}]_0^3) = 1$$
$$\Longleftrightarrow K \times \frac{9}{2} = 1$$
$$\Longleftrightarrow K = \frac{2}{9}$$

0,5

fonction de répartition $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}x^2, & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ 1

Espérance mathématique :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$
$$= \frac{2}{9}\int_{-\infty}^{+\infty} (3x - x^2dx)$$
$$= \frac{2}{9}(3[\frac{x^2}{2}]_0^3 - \frac{x^3}{3}]_0^3)$$
$$= \frac{2}{9}(3 \times \frac{9}{2} - \frac{27}{3})$$
$$= 3 - 2 = 1.$$

1,5

Variance : $Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

$$
\begin{aligned}
E(X^2) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx \\
&= \frac{2}{9}\int_0^3 x^2(3-x)dx \\
&= \frac{2}{9}\int_0^3 3x^2 - \int_0^3 (x^3)dx \\
&= \frac{2}{9}(3[\frac{x^3}{3}]_0^3 - ([\frac{x^4}{4}]_0^3)) \\
&= \frac{2}{9}(3 \times 9 - \frac{81}{4}) = 6 - \frac{9}{2} = 1.5
\end{aligned}
$$

1,5

Donc

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 1.5 - 1 = 0.5$$

consultation

le 25/01/2024

à 14:00

Sc 4:01.